

UNIVERSIDAD DEL NORTE
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

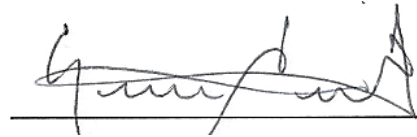
**MÉTODOS DE DIFERENCIACIÓN EXPONENCIAL EN EL DOMÍNIO DEL
TIEMPO PARA EL ANÁLISIS DE ESTABILIDAD ANGULAR**

Tesis de Maestría presentada al programa de maestría en ingeniería eléctrica y electrónica de la Universidad del Norte, como para de los requisitos para la obtención del título de magister en ingeniería eléctrica.

ORIENTADOR:

Prof. Dr. CESAR AUGUSTO OROZCO HENAO.

Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia.



PRESENTADO POR:

JOSE MARIO CAYÓN OROZCO

BARRANQUILLA, COLOMBIA

2017

MÉTODOS DE DIFERENCIACIÓN EXPONENCIAL EN EL DOMÍNIO DEL TIEMPO PARA EL ANÁLISIS DE ESTABILIDAD ANGULAR

JOSE MARIO CAYÓN OROZCO

Tesis de maestría presentada al departamento de ingeniería eléctrica y
electrónica para obtener el título de
Magister en Ingeniería Eléctrica

Director:

Ph.D. CESAR AUGUSTO OROZCO HENAO

Universidad del Norte

Barranquilla

2017

Agradecimientos

Primero y como más importante, agradecer a Dios por llenarme de fuerzas y de fe para poder culminar esta etapa de mi vida. A mi familia por apoyarme durante este gran paso y por financiar mis estudios universitarios.

A mis asesores de tesis, PhD Javier Guerrero Sedeño por mostrarme el camino para poder empezar mi investigación y a PhD Cesar Orozco Henao por ayudarme a culminar mi investigación, a ambos agradezco su esfuerzo y dedicación.

Gracias a la Universidad del Norte por permitirme realizar mis estudios de pregrado y maestría en sus instalaciones.

Abstract

Transient Stability Study (TSS) focuses on the analyses of the ability of the Electric Power Systems (EPS) to remain close to their steady state operation after of the occurrence of disturbance, such as faults, among other. In order to perform a TSS, EPS are described through dynamics models expressed by ordinary differential equations (ODEs). ODES are solved by used the numerical integration schemes. Selecting numerical integration algorithms, orders and step-sizes affects severely computational effort, accuracy and numerical stability. Computational effort, accuracy and numerical stability are contradictory requirements and even traded off for each practical case. This paper presents a novel numerical integration scheme based on matrix exponential time differencing (ETD) to transient stability study. This approach allows using step-sizes high in order to decrease the computational effort without impair on the accuracy and numerical stability. The proposed scheme is validated on the IEEE 39-nodes test feeder and a comparison with a classic numerical integration algorithm, such as 4th order Runge-Kutta (RK4). The test results shown a higher accuracy of the proposed scheme than the classic numerical integration algorithms when step-sizes high are used, indicating an encouraging potential for real-life application.

Key words

Transient stability, Power systems, Dynamic models, Numerical integration schemes, Exponential time differencing, Runge-Kutta 4th order, Ordinary differential equations,

Tabla de Contenidos

AGRADECIMIENTOS	2
ABSTRACT.....	3
LISTA DE FIGURAS	6
LISTA DE TABLAS.....	9
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	10
1.1. OBJETIVOS	12
1.1.1. <i>Objetivo General</i>	12
1.1.2. <i>Objetivos Específicos</i>	12
1.2. CONTRIBUCIÓN DE LA TESIS	13
1.3. ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO DE TESIS	14
CAPÍTULO 2. ASPECTOS TEÓRICOS.....	15
2.1. MÉTODOS NUMÉRICOS Y SU RELACIÓN CON LA ESTABILIDAD TRANSITORIA EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA.....	15
2.2. MODELADO DINÁMICO DE LA MÁQUINA SÍNCRONA PARA ESTUDIOS DE ESTABILIDAD	19
2.2.1. <i>Modelo de las máquinas síncronas</i>	19
2.2.2. <i>Modelo Del Governador</i>	21
2.2.3. <i>Modelo del regulador automático de tensión</i>	22
2.2.4. <i>Modelado de las cargas</i>	23
2.2.5. <i>Modelo De Las Líneas De Transmisión</i>	23
2.3. MÉTODOS CLÁSICOS PARA LA SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES UTILIZADAS EN PROBLEMAS DE ESTABILIDAD TRANSITORIA	25
2.3.1. <i>Método de Euler</i>	26
2.3.2. <i>Método Runge-Kutta de Cuarto Orden</i>	27
2.4. FAMILIAS DE MÉTODOS DE DIFERENCIACIÓN EXPONENCIAL EN EL DOMINIO DEL TIEMPO..	28
2.4.1. <i>Diferenciación exponencial en el dominio del tiempo de orden arbitrario</i> .	29
2.4.2. <i>Sistemas De Ecuaciones No Diagonales</i>	33
2.5. FORMULACIÓN DEL MODELO CLÁSICO DE ESTABILIDAD TRANSITORIA PARA SU SOLUCIÓN MEDIANTE ESQUEMAS ETD.....	36
CAPÍTULO 3. ALGORITMO DE DIFERENCIACIÓN EXPONENCIAL EN EL DOMINIO DEL TIEMPO PARA ESTUDIOS DE ESTABILIDAD TRANSITORIA (EET).....	39

3.1.	ETAPA 1: ESTIMACIÓN DE LAS CONDICIONES INICIALES PARA LAS EDO DEL MODELO DINÁMICO DE LOS GENERADORES SÍNCRONOS	39
3.2.	ETAPA 2: SIMULACIÓN DE LA PERTURBACIÓN PARA EL ESTUDIO DE ESTABILIDAD TRANSITORIA	42
3.3.	ETAPA 3: ESTIMAR VARIABLES DE ESTADO MEDIANTE EL ESQUEMA ETD.....	44
3.4.	ETAPA 4: CRITERIO DE PARADA.....	45
CAPÍTULO 4. IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO HIBRIDO PROPUESTO.....		46
4.1.	METODOLOGÍA	46
4.2.	RESULTADOS FLUJO DE CARGA	48
4.3.	ESTUDIO DE ESTABILIDAD TRANSITORIA EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA	50
4.3.1.	<i>Experimento de tiempo computacional empleado por los métodos de integración numérica</i>	51
4.3.2.	<i>Experimento de precisión en los resultados obtenidos</i>	52
4.4.	ANÁLISIS DE RESULTADOS	52
4.4.1.	<i>Resultados de tiempo computacional empleado por los métodos de integración numérica</i>	54
4.4.2.	<i>Resultados del experimento de precisión en los resultados obtenidos</i>	56
4.4.3.	<i>Resultados del análisis de estabilidad transitoria.....</i>	61
CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES		71
5.1	TRABAJOS FUTUROS.....	72
ANEXOS		73
ANEXO A: DATOS DEL SISTEMA DE POTENCIA IEEE39		73
<i>Datos De Flujo De Carga.....</i>		73
<i>Datos Dinámicos Del Sistema</i>		79
BIBLIOGRAFÍA.....		83

Lista de Figuras

Figura 1 Diagrama de bloques del gobernador.	21
Figura 2 Diagrama de bloques del regulador automático de voltaje.	22
Figura 3 Algoritmo de diferenciación exponencial en el dominio del tiempo propuesto para estudios de estabilidad transitoria.	40
Figura 4 Sistema de potencia de prueba.	43
Figura 5 Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 39 nodos.	46
Figura 6 Boxplot con distribución del tiempo computacional de los métodos ETD1, ETD2 y RK-4 obtenidos del experimento 1.	55
Figura 7 Boxplot con distribución del error de δ_k utilizando los métodos ETD1, ETD2 y RK-4. a) δ_k para generadores 1 al 5. b) δ_k para generadores 6 al 9.	59
Figura 8 Boxplot con distribución del error de ω_k utilizando los métodos ETD1, ETD2 y RK-4. a) ω_k para generadores 1 al 5. b) ω_k para generadores 6 al 9.	60
Figura 9 Boxplot con distribución del error de P_{ek} utilizando los métodos ETD1, ETD2 y RK-4. a) P_{ek} para generadores 1 al 5. b) P_{ek} para generadores 6 al 9.	60
Figura 10 Boxplot con distribución del error de δ_k utilizando los métodos ETD1, ETD2 y RK-4. δ_k para generadores 1 al 5.	61
Figura 11 Respuesta en el tiempo de la variable δ_k obtenida con los esquemas ETD1, ETD2 y RK-4, para el generador G08 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 25-26.	62
Figura 12 Respuesta en el tiempo de la variable ω_k obtenida con los esquemas ETD1, ETD2 y RK-4, para el generador G08 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 25-26.	62
Figura 13 Respuesta en el tiempo de la variable P_{ek} obtenida con los esquemas ETD1, ETD2 y RK-4, para el generador G08 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 25-26.	63
Figura 14 Respuesta en el tiempo de la variable δ_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G02 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 4-5.	64

Figura 15 Respuesta en el tiempo de la variable ω_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G02 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 4-5.	64
Figura 16 Respuesta en el tiempo de la variable P_{ek} obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G02 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 4-5.	65
Figura 17 Respuesta en el tiempo de la variable δ_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G04 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 6-11.	66
Figura 18 Respuesta en el tiempo de la variable ω_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G04 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 6-11.	66
Figura 19 Respuesta en el tiempo de la variable P_{ek} obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G04 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 6-11.	67
Figura 20 Respuesta en el tiempo de la variable δ_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G06 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 16-19.	67
Figura 21 Respuesta en el tiempo de la variable ω_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G06 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 16-19.	68
Figura 22 Respuesta en el tiempo de la variable P_{ek} obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G06 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 16-19.	68
Figura 23 Respuesta en el tiempo de la variable δ_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G09 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 22-23.	69
Figura 24 Respuesta en el tiempo de la variable ω_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G09 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 22-23.	69

Figura 25 Respuesta en el tiempo de la variable P_{ek} obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G09 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 22-23.	70
--	----

Lista de Tablas

Tabla 1 Resultado de voltajes para flujo de carga en sistema de potencia IEEE39	48
Tabla 2 Potencias generadas por las maquinas síncronas del sistema de potencia IEEE39	49
Tabla 3 Inyecciones de corriente por parte de las máquinas síncronas del sistema de potencia IEEE39.....	49
Tabla 4 Factores de diseño, niveles y rangos para el experimento de tiempo computacional	51
Tabla 5 Características del computador utilizado	51
Tabla 6 Factores de diseño, niveles y rangos para el experimento de tiempo computacional	52
Tabla 7 Análisis de varianza para el tiempo computacional en sistema de prueba	54
Tabla 8 Análisis de varianza para el ángulo del rotor del generador 1.	56
Tabla 9 Rechazo de hipótesis nula para el efecto A sobre las variables del sistema de prueba.	57
Tabla 10 Rechazo de hipótesis nula para el efecto B sobre las variables del sistema de prueba.	57
Tabla 11 Rechazo de hipótesis nula para la interacción AB sobre las variables del sistema de prueba.	58
Tabla 12 Líneas de transmisión utilizadas para validación de los resultados obtenidos	63
Tabla 13 Datos de los barrajes del sistema de potencia IEEE39	74
Tabla 14 Datos de las cargas del sistema de potencia IEEE39.....	75
Tabla 15 Datos de generación del sistema de potencia IEEE39	76
Tabla 16 Datos de las líneas de transmisión y transformadores del sistema de potencia IEEE39	77
Tabla 17 Datos dinámicos de los generadores del sistema de potencia IEEE39	80
Tabla 18 Datos de los gobernadores de las máquinas del sistema de potencia IEEE39	81
Tabla 19 Datos de los reguladores automáticos de voltaje del sistema de potencia IEEE39	82

Capítulo 1. Introducción

La integración de nuevas tecnologías en los procesos de generación, transmisión y operación de los Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP), las restricciones ambientales cada vez más severas para su expansión y el crecimiento potencial de la demanda, han generado una complejidad creciente de la operación de los SEP. Esta complejidad sumada a las restricciones que buscan una operación óptima desde el punto de vista económico, han llevado a los operadores de red a maniobrar los SEP cerca de sus límites de estabilidad [25].

Por otra parte, los SEP están continuamente sometidos a condiciones ambientales y de operación que aumentan su vulnerabilidad a posibles fallas. Las fallas son imposibles de evitar, no obstante, es posible prever el comportamiento del sistema ante este tipo de eventos y observar su capacidad de permanecer cerca de un punto de estado estacionario después de su ocurrencia [9].

Lo expuesto anteriormente, es posible mediante Estudios de Estabilidad Transitoria (EET). Sin embargo, para esto, es necesario describir el SEP mediante modelos dinámicos expresados por Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO) [5]. Las EDO se resuelven utilizando métodos de integración numérica. Las características de estos algoritmos, el orden del sistema de ecuaciones que representa las máquinas síncronas y la resolución utilizada para resolver las EDO afectan significativamente el esfuerzo computacional, la estabilidad numérica y la calidad de la solución estimada [1-8,11,17-19,22-23,26-28,31,35,37-38,40-44]. Es por esta razón, que, desde el estudio de la estabilidad transitoria, se ha prestado especial atención al estudio de las diferentes técnicas que puedan ser utilizadas para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales que definen la dinámica del SEP.

Diferentes métodos de integración numérica han sido propuestos en el estado del arte [4-8,11,22-23,25-29,31-35,37-44]. En [2-7,11,22,26-29,31,35,37-44] se presentan diferentes enfoques para el mejoramiento del esfuerzo computacional como es la exploración de métodos de integración de múltiples pasos, como el Runge-Kutta modificado y la aplicación de nuevos métodos de integración como es el trapezoidal. Según los autores, estos enfoques consiguen disminuir el esfuerzo computacional. Sin embargo, no es realizado un análisis sobre la dependencia de este atributo y la calidad de la solución.

Por otra parte, diferentes estrategias para el mejoramiento del tiempo computacional sin afectar la calidad de la solución son presentados en [3-7,11,19,22,26,31,34-35,37,40-44]. La mayoría de estos métodos son basados en el desarrollo de algoritmos eficientes para grandes SEP. Estos utilizan la transformada de Park, aproximación polinómica, el uso de la regla trapezoidal de integración para la cuadratura numérica y otras técnicas como series de Taylor para resolver las ecuaciones dinámicas del sistema.

Dado que disminuir el tiempo computacional sin afectar la calidad de la solución sigue siendo un tema relevante en el EET, este trabajo presenta un esquema de integración numérica implementando una familia de Métodos de Diferenciación Exponencial en el Dominio del Tiempo (ETD de sus siglas en inglés) para el análisis de estabilidad transitoria. El objetivo del uso de los ETD es poder incrementar el tamaño del paso visando una reducción en el tiempo computacional sin afectar la calidad de la respuesta comparada con un método convencional como el presentado en [9].

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo General

Analizar las respuestas de estabilidad transitoria de sistemas de potencia al utilizar métodos de diferenciación exponencial como método de solución numérica para encontrar las ventajas de este método con respecto a los métodos tradicionalmente usados.

1.1.2. Objetivos Específicos

- Modelar sistemas de prueba en el dominio del tiempo.
- Hallar la respuesta de los sistemas ante N-1 contingencias usando métodos de diferenciación exponencial para resolver los sistemas de ecuaciones diferenciales.
- Comparar el comportamiento de los métodos de diferenciación exponencial para sistemas de potencia con métodos popularmente utilizados.

1.2. Contribución de la Tesis

Actualmente los métodos numéricos utilizados en el estudio de estabilidad transitoria requieren de un alto costo computacional, dado que deben utilizar pasos de tiempo pequeños (del orden de 1×10^{-6}). Es por esto, que en muchos casos el costo computacional al realizar un análisis de esta índole con sistemas complejos y tamaño significativo es elevado.

Lo anteriormente expuesto, evidencia la importancia del desarrollo de metodologías que reduzcan el tiempo computacional en problemas de estabilidad transitoria sin afectar la calidad de las soluciones determinadas. En síntesis, son presentadas a seguir, las contribuciones principales de esta investigación:

- Desarrollo de un esquema híbrido de integración numérica que permite realizar un estudio de estabilidad transitoria.
- Formulación de una estrategia para la reducción del tamaño del paso del tiempo, logrando obtener esfuerzos computacionales comparables a los presentados por los métodos de integración clásicos, pero con soluciones de mejor calidad.

1.3. Estructura del Documento de Tesis

El trabajo está dividido en cinco capítulos. En el primero de ellos se mencionan la justificación, objetivos, alcances y las contribuciones principales de esta investigación.

En el capítulo 2 se define el marco teórico que da soporte a la investigación, destacándose una revisión del estado del arte de los métodos de integración numérica utilizados para el estudio de estabilidad transitoria.

En el capítulo 3 se describe la metodología propuesta, resaltando principalmente el desarrollo de esquemas de integración numérica híbridos basados en diferenciación exponencial en el dominio del tiempo y en una adaptación del método de Euler.

En el capítulo 4, se presenta el estudio de caso y el análisis de los resultados obtenidos con la implementación de los diferentes métodos basados en diferenciación exponencial en el dominio del tiempo y su comparación con métodos de integración numérica usados en la literatura.

En el capítulo 5 se presentan las conclusiones generales de esta investigación. Finalmente se describen los futuros trabajos que pueden surgir a partir de esta investigación.

Como soporte al estudio realizado se incluye un apartado de anexos que muestran los datos del sistema de prueba utilizado.

Capítulo 2. Aspectos teóricos

2.1. Métodos numéricos y su relación con la estabilidad transitoria en sistemas eléctricos de potencia

Los sistemas de potencia de gran escala, están compuestos de una interconexión de instalaciones de generación, transmisión y distribución. Estos sistemas poseen diferentes tipos de problemas, siendo uno de estos el problema de la estabilidad transitoria, el cual se ocupa principalmente del efecto que tienen las diferentes fallas que ocurren en un sistema de potencia sobre el sincronismo de los generadores [12].

La simulación de estabilidad transitoria se puede resumir en la resolución de un sistema de ecuaciones algebraicas junto a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales. Estas ecuaciones describen el comportamiento dinámico de las máquinas síncronas conectadas a un sistema de potencia, donde su orden depende del detalle de la representación de las máquinas síncronas y los aparatos de control asociados a las mismas [3]. Los métodos de integración numérica son usualmente utilizados para resolver las ecuaciones diferenciales mencionadas previamente y pueden ser clasificados de dos grupos: métodos explícitos y métodos implícitos. Estos métodos se diferencian en la forma de encontrar las variables de las ecuaciones diferenciales y la capacidad de manejar sistemas rígidos [40].

Existe la necesidad de mejorar el tiempo computacional utilizado en la simulación de estabilidad transitoria; esto puede ser conseguido mejorando los métodos de integración numérica utilizados ampliamente en la simulación de estabilidad transitoria. Uno de los métodos de integración numérica es el usado en [4], en donde el uso de métodos de integración de múltiples pasos, como el Runge-Kutta modificado consigue reducir el tiempo computacional mostrando que un esquema de múltiples pasos funciona mejor que un esquema de un solo paso como el Runge-Kutta clásico, dado que no se necesitan pequeños pasos de tiempo. En [6] se presenta el método trapezoidal como método de solución. Este método permite resolver las ecuaciones diferenciales algebraicas que

surgían durante problemas transitorios sin afectar la exactitud de la solución.

Algunos intentos para reducir los tiempos de computo en problemas de estabilidad transitoria fueron realizados por diferentes autores. En [7] son presentadas algunas ideas en torno del desarrollo de un algoritmo eficiente para reducir los tiempos computacionales empleados en el análisis de grandes sistemas de potencia. Este algoritmo está basado en las ecuaciones de Park, la aproximación polinómica, el uso de la regla trapezoidal de integración para la cuadratura numérica y el método de Euler implícito para diferenciación implícita. En [11] se presenta una manera de mejorar los tiempos utilizados por los procesadores sin afectar la exactitud de las soluciones y en [19] se usaron las series de Taylor para resolver las ecuaciones dinámicas del sistema.

Los sistemas de potencia modernos tienden a operar cerca a los límites de estabilidad, por lo que considerar el análisis de estabilidad transitoria como una restricción inmersa en el flujo de carga óptimo es importante, ya que el flujo de carga optimo es una herramienta fundamental para los sistemas de potencia en sus etapas de planeación y de operación [27]. Esto lleva a la necesidad de encontrar una solución al problema de manejar ecuaciones diferenciales junto a ecuaciones algebraicas, dado que la mayoría de los métodos utilizados actualmente para el flujo de carga optimo solo son capaces de manejar ecuaciones algebraicas. Por esta razón, el método de diferenciación evolutiva es usado en [25] para poder manejar ambos tipos de ecuaciones en un flujo de carga optimo restringido por el análisis de estabilidad transitoria (TSOPF). En [28] se desarrolló un nuevo método para el flujo de carga óptimo restringido por el análisis de estabilidad transitoria, el cual consiste en una mejora de un método de discretización numérica en el cual se convierte el TSOPF en un problema de programación no lineal general y se usan métodos de barrera (métodos del punto interior) para resolverlo.

Modificaciones de métodos de integración numérica clásicos se han realizado para mejorar tanto el tiempo computacional y la exactitud de la solución a buscar. Una nueva manera de utilizar las series de Taylor fue propuesta en [19], donde una expansión de

las series de Taylor fue utilizada para resolver las ecuaciones dinámicas y obtener variables de las máquinas síncronas con respecto a sus entradas mecánicas.

Métodos de integración de tiempo preciso son usados en [22], donde se muestra su estabilidad numérica y su simplicidad de programación, dado que se puede trabajar con grandes pasos de tiempo sin afectar la exactitud de la respuesta encontrada. Un enfoque diferente para resolver ecuaciones diferenciales algebraicas fue presentado en [20], donde las ecuaciones diferenciales algebraicas (DAEs) son modeladas como ecuaciones diferenciales ordinarias perturbadas, para así, resolverlas con algún método de integración numérica como Runge-Kutta o el método de Euler.

Adicionalmente, algunas pruebas se han realizado sobre circuitos regulares para simular el comportamiento de métodos de integración numérica. Un ejemplo de lo anteriormente expuesto, es presentado en [26], donde un esquema de integración implícito fue utilizado, el cual demostró un comportamiento superior al ser comparado con el método trapezoidal

Existe otra manera para plantear las ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento de un sistema de potencia. En [30] los autores incluyen un término estocástico (ruido blanco) en una ecuación diferencial algebraica convirtiéndola así en una ecuación diferencial algebraica estocástica. Este ruido se incluye para simular los constantes cambios en las cargas de un sistema de potencia y así poder describir de manera más exacta el comportamiento de los sistemas de potencia.

Métodos de integración basados en la matriz exponencial están siendo desarrollados ampliamente por la comunidad de computación numérica. Al introducir el operador de la matriz exponencial en el esquema de integración se puede encontrar la solución exacta de sistemas dinámicos lineales. Esta metodología de solución analítica evade el error de truncamiento local (LTE) el cual es encontrado en los métodos de integración tradicionales y puede ser generalizado para sistemas no lineales utilizando la información de no linealidad que provee el jacobiano [39-40].

Los tiempos computacionales es uno de los factores que los investigadores buscan mejorar significativamente, por lo tanto, se tiene la necesidad de perfeccionar el uso de los métodos de integración numérica basados en la matriz exponencial. Diferentes maneras para reducir y simplificar la matriz exponencial han sido propuestas, tales como el usado en [29], donde realizan un algoritmo para dividir la matriz y realizar una aproximación numérica a la solución. Esto lleva a distintas clases de aproximaciones numéricas para las ecuaciones diferenciales llamadas diferenciación exponencial en el tiempo (ETD). El núcleo del cómputo de la ETD se encuentra en calcular la matriz exponencial. Calcular la matriz exponencial tiene sus propias complicaciones, por lo tanto, un método para poderla estimar es presentado en [32]. Para lo anterior, es usado el método de los subespacios de Krylov para evaluar eficientemente la matriz exponencial y por lo tanto reducir el tiempo computacional sin afectar los resultados obtenidos. Se han desarrollado métodos híbridos de ETD en [24] y [32] donde se combina el método Runge-Kutta con ETD mostrando una mejor estabilidad numérica. Sin embargo, estos enfoques no han sido aplicados para estudios de estabilidad visando explorar sus ventajas respecto a los enfoques clásicos.

2.2. Modelado dinámico de la máquina síncrona para estudios de estabilidad

Los modelos dinámicos de los elementos que conforman un sistema de potencia, los cuáles son usados para la simulación de estabilidad transitoria, serán descritos en las siguientes secciones.

2.2.1. Modelo de las máquinas síncronas

Los generadores síncronos, también denominados maquinas síncronas, son la principal fuente de energía para los sistemas de potencia. Es por esto que deben ser modelados de tal manera que se pueda saber su desempeño dinámico para poder realizar estudios de estabilidad transitoria.

Hay diferentes formas de modelar los generadores síncronos. La forma más básica consiste mediante la representación de su tensión interna generada por una fuente de tensión ideal en serie con una reactancia síncrona constante. Esta es la llamada representación clásica, la cual omite algunas características como el efecto de reguladores de voltaje, el impacto de la construcción física de las reactancias transitorias, el detalle de la turbina del generador y la saturación del núcleo ferromagnético [15].

En general, los generadores síncronos se pueden representar usando modelos detallados los cuales incluyen la influencia de la construcción del mismo y los controladores asociados [13].

En esta investigación es utilizado el modelo dinámico del generador basado en la transformación de Park propuesto en [12], el cual se fundamenta en una transformación de las tres fases del generador en un equivalente de dos ejes: el eje directo (d) y el eje de cuadratura (q). El eje d está en fase con el devanado de campo del rotor y el eje q está a 90 grados en adelanto con respecto a d . Las ecuaciones de (2.1) a (2.4) determinan la dinámica de la máquina síncrona.

$$\dot{\delta} = \omega_s \cdot (\omega - 1) \quad (2.1)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{2H} \cdot (P_m - P_e - K_D \cdot (\omega - 1)) \quad (2.2)$$

$$\dot{E}_q = \frac{1}{T_{d0}} \cdot (-E_q - I_d \cdot (x_s - x'_s) + E_{fd}) \quad (2.3)$$

$$\dot{E}_d = \frac{1}{T_{q0}} \cdot (-E_d + I_q \cdot (x_s - x'_s)) \quad (2.4)$$

Donde δ , representa el ángulo del rotor, ω , la frecuencia del rotor en por unidad, E_q , la tensión interna generada en el eje de cuadratura y E_d , la tensión interna generada en el eje directo. H es la constante de inercia del generador, P_m y P_e son la potencia de entrada y de salida del generador respectivamente, K_D es la constante de fricción. T_{d0} es la constante de tiempo del devanado del eje directo, T_{q0} es la constante de tiempo del devanado del eje de cuadratura y x_s , x'_s son las reactancias síncrona y transitoria respectivamente.

Adicionalmente, se tienen las ecuaciones que relacionan las magnitudes del barraje externo al generador y las variables internas de la máquina transformadas, las cuales son dadas en las expresiones de (2.5) a (2.9).

$$E_d = V_t \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) \quad (2.5)$$

$$E_q = V_t \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) \quad (2.6)$$

$$I_d = I \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) \quad (2.7)$$

$$I_q = I \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) \quad (2.8)$$

$$E_{fd} = E_q + I_q \cdot R_a + I_d \cdot x_s \quad (2.9)$$

La tensión en terminales V_t es transformada por medio de Park en las componentes E_d y E_q . Similar a esto se presenta la inyección de corriente de los generadores en las componentes de Park como I_d e I_q .

2.2.2. Modelo Del Gobernador

El control primario de movimiento del rotor de la turbina es el mecanismo para controlar la velocidad y la frecuencia eléctrica del generador síncrono. Para poder controlar la velocidad y la frecuencia eléctrica automáticamente, el controlador censa la velocidad de la máquina para luego ser comparada con un valor de referencia y así crear una señal de error que pueda causar una acción de corrección [12]. El diagrama de bloques asociado al gobernador utilizado en esta investigación, el “*speed governor TGOV1*”, consta de una constante de tiempo T_g y una constante de regulación de velocidad R , como es mostrado en la Fig. 1 [45].

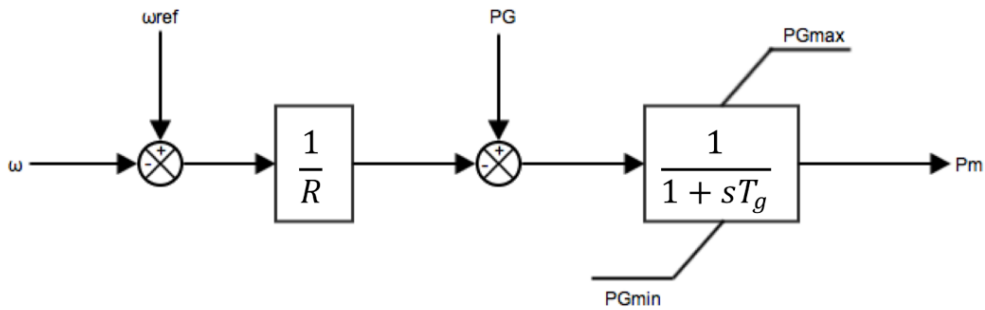


Figura 1 Diagrama de bloques del gobernador.

De esta representación en diagrama de bloques es posible obtener la ecuación dinámica del gobernador dada por (2.10).

$$\dot{P}_m = \frac{1}{T_g} \cdot \left(P_G - P_m + \frac{(\omega - 1)}{R} \right) \quad (2.10)$$

2.2.3. Modelo del regulador automático de tensión

Los reguladores automáticos de tensión (de sus siglas en ingles AVR) tienen un gran impacto sobre la operación y la disponibilidad de los generadores. De este se asegura la calidad de la tensión del generador y la potencia reactiva suministrada por el mismo. Su principal función es la de proveer una corriente DC con capacidad de sobrecarga de corto plazo, controlando así la tensión en los terminales de la máquina de una manera precisa y asegurando una operación estable al momento de operar en conjunto con el sistema de potencia, al cual el generador está conectado. El diagrama de bloques asociado al AVR utilizado en esta investigación, el “*simplified excitation system*” (SEXS), consta de una constante de tiempo T_E y una ganancia K asociada a la diferencia entre la tensión en terminales y la tensión de referencia como es mostrado en la Fig. 2 [45].

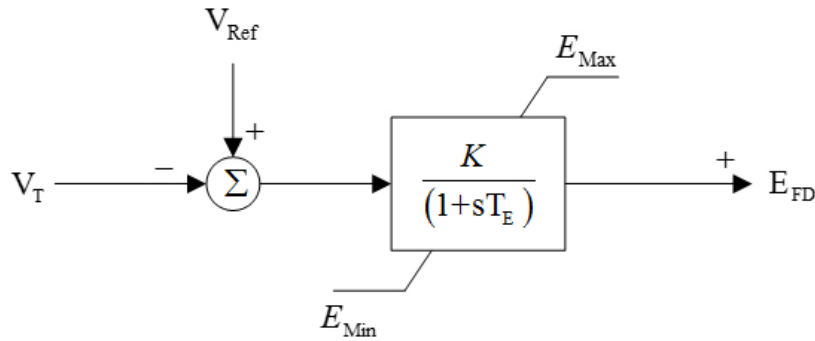


Figura 2 Diagrama de bloques del regulador automático de voltaje.

De esta representación en diagrama de bloques es posible obtener la ecuación dinámica del AVR dada por (2.11).

$$\dot{E}_{fd} = \frac{1}{T_E} \cdot \left(-E_{fd} + K \cdot (V_{ref} - V_t) \right) \quad (2.11)$$

2.2.4. Modelado de las cargas

El modelado de las cargas en un estudio dinámico de sistemas de potencia es un problema complejo dado que existen diferentes tipos de cargas, cada uno con un aporte diferente al sistema y un modelo diferente en estado dinámico [14]. Las cargas se pueden modelar como cargas de potencia constante, cargas de corriente constante y cargas de admitancia constante.

Para estudios de estabilidad, las cargas pueden ser representadas mediante un modelo de admitancia constante, cuando no información disponible no permita utilizar un modelo dinámico [14]. Para esta investigación, un modelo de admitancia constante es utilizado, el cual es definido por la expresión (2.12).

$$Y_L = \frac{P_L - jQ_L}{|V_L|^2} \quad (2.12)$$

2.2.5. Modelo De Las Líneas De Transmisión

En los sistemas de potencia, las líneas de transmisión son modeladas por medio de su modelo π e incorporadas en una matriz, llamada la matriz de admitancia nodal del sistema. Para un estudio de estabilidad transitoria, la matriz de admitancia debe ser modificada para incluir los aportes de los generadores y los aportes de las cargas. Para ello se debe encontrar una matriz de admitancia reducida elaborada por el método de reducción de red [13]. La matriz de admitancia reducida es obtenida bajo las siguientes consideraciones:

- Las reactancias transitorias de las máquinas pasan a sumarse a las impedancias de las líneas o transformadores que salen del barraje de la máquina.
- La reactancia del barraje de referencia es cero.
- La admitancia a tierra de cada una de las cargas es considerada en el análisis.
- El tamaño de la matriz resultante debe ser igual al número de máquinas que hay en el sistema.

Partiendo de lo anterior se formula la ecuación para las corrientes entregadas por las maquinas como es dado en (2.13).

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{g1} \\ E_{g1} \\ \vdots \\ E_{g1} \\ V_{n+1} \\ V_{n+2} \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Donde n es el número de generadores del sistema, N es el número de barrajes del sistema y $Y_{11}, Y_{12}, Y_{21}, Y_{22}$ son cuatro matrices que se obtienen al dividir la matriz de admitancias del sistema de potencia en cuatro sub-matrices, teniendo las siguientes dimensiones:

- Y_{11} tiene dimensión $n \times n$
- Y_{12} tiene dimensión $n \times (N - n)$
- Y_{21} tiene dimensión $(N - n) \times n$
- Y_{22} tiene dimensión $(N - n) \times (N - n)$

De esto se obtienen las formulaciones (2.14) y (2.15).

$$I_G = Y_{11} \cdot \vec{E_g} + Y_{12} \vec{V_N} \quad (2.14)$$

$$0 = Y_{21} \cdot \vec{E_g} + Y_{22} \vec{V_N} \rightarrow \vec{V_N} = -Y_{22}^{-1} Y_{21} \vec{E_g} \quad (2.15)$$

Donde I_G es el vector de inyecciones de corriente de los generadores, $\vec{E_g}$ es el vector de tensiones internas generadas y $\vec{V_N}$ es el vector de tensiones de los barrajes resultantes.

Dado esto, las corrientes entregadas por las maquinas se pueden encontrar por la expresión (2.16).

$$I_G = (Y_{11} - Y_{12}Y_{22}^{-1}Y_{21}) \cdot \vec{E_g} = Y_G \cdot \vec{E_g} \quad (2.16)$$

Donde Y_G es la matriz reducida del sistema de potencia. A partir de (2.16), se define la potencia eléctrica que entrega cada generador por medio de la expresión (2.17).

$$P_{ei} = \sum_{j=1}^n |Y_{Gij}| |E_{gi}| |E_{gj}| \cos(\theta_{Gij} + \delta_j - \delta_i) \quad (2.17)$$

Donde i representa el número de máquinas síncronas en el sistema, E_{gi} es la tensión interna del generador i , δ_i es el ángulo del rotor del generador síncrono i y θ_G es el ángulo del valor de la matriz reducida en la posición (i, j) .

2.3. Métodos Clásicos para la Solución de Ecuaciones Diferenciales Utilizadas en Problemas de Estabilidad Transitoria

Para resolver las ecuaciones diferenciales y poder realizar el estudio de estabilidad transitoria del sistema de potencia, se emplean métodos de integración numérica, los cuales son utilizados para calcular el valor numérico de las ecuaciones diferenciales presentadas en la sección 2.2.6. Para ámbitos de la implementación de los métodos de integración numérica, el eje del tiempo es dividido en intervalos de tamaño h y se tiene por lo general una ecuación diferencial dada por la expresión (2.18).

$$\frac{du}{dt} = f(u, t) \quad (2.18)$$

$$u(t_0) = u_0 \quad (2.19)$$

Donde u es el valor de la variable a buscar por medio del método numérico y t es el tiempo total que será utilizado en el análisis. Como es indicado en (2.19), el valor de u en el punto $t = t_0$ es u_0 , por lo cual, la tarea del método de integración es buscar los valores u_1, u_2 correspondientes a las coordenadas $t_0 + h, t_0 + 2h$, y así sucesivamente hasta llegar al valor de u correspondiente al valor de t final.

En esta sección se presentarán los diferentes métodos numéricos utilizados para la resolución de las ecuaciones diferenciales algebraicas que definen el comportamiento de los generadores del sistema durante el estudio de estabilidad.

2.3.1. Método de Euler

Para la ecuación diferencial de la forma presentada en (2.18) y (2.19) se puede estimar el valor de la siguiente iteración utilizando el método de integración numérica de Euler dado por la expresión (2.20).

$$u_{n+1} = u_n + hf(u_n, t_n) \quad (2.20)$$

Utilizando (2.20) se procede iterativamente hasta de alcanzar el tiempo máximo de simulación, con el cual se obtendrá el ultimo valor de la variable u buscada.

El método de Euler es de primer orden, ya que el error de aproximación de la solución discretizada es proporcional al tamaño de paso. Este método es de tipo explícito, ya que el punto, o paso queda expresado en términos del paso. El tamaño de paso debe tener un valor muy pequeño para que la aproximación dada por el método sea precisa.

El principal problema del método de Euler corresponde al fenómeno de propagación del error, un fenómeno en el cual los errores de aproximación de los primeros pasos del método se amplifican con cada nuevo paso, produciendo una solución inestable. Es normal que se presente propagación del error si la solución real es de por sí inestable, pero si se presenta propagación del error cuando la solución real es estable, se pueden

malinterpretar completamente los resultados al catalogar como inestable una solución que en realidad es estable. Por este motivo, es necesario utilizar tamaños de paso pequeños para reducir la propagación del error.

2.3.2. Método Runge-Kutta de Cuarto Orden

Para la ecuación diferencial de la forma presentada en (2.18) y (2.19) se puede encontrar el valor de la siguiente iteración utilizando el método de integración numérica Runge-Kutta 4^{to} orden (RK4) dado por (2.21) [9].

$$u_{n+1} = u_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2.21)$$

Donde los términos k_1, k_2, k_3 y k_4 de la ecuación (2.21) están definidos son definidos por las expresiones (2.22) a (2.25).

$$k_1 = hf(u_n, t_n) \quad (2.22)$$

$$k_2 = hf\left(u_n + \frac{k_1}{2}, t_n + \frac{h}{2}\right) \quad (2.23)$$

$$k_3 = hf\left(u_n + \frac{k_2}{2}, t_n + \frac{h}{2}\right) \quad (2.24)$$

$$k_4 = hf(u_n + k_3, t_n + h) \quad (2.25)$$

Así, el siguiente valor (u_{n+1}) es determinado por el presente valor (u_n) más el producto del tamaño del intervalo (h) por una pendiente estimada k_i . La pendiente k_i es un promedio ponderado de pendientes, donde k_1 es la pendiente al principio del intervalo, k_2 es la pendiente en el punto medio del intervalo, usando k_1 para determinar el valor de u en el punto $t_n + \frac{h}{2}$ usando el método de Euler. k_3 es otra vez la pendiente del punto

medio, pero ahora usando k_2 para determinar el valor de u ; k_4 es la pendiente al final del intervalo, con el valor de u determinado por k_3 . El método de Runge-Kutta mostrado es de cuarto orden, ya que el error de aproximación de la solución discretizada es proporcional a cuatro veces el tamaño de paso.

2.4. Familias de métodos de diferenciación exponencial en el dominio del tiempo.

Los métodos de diferenciación exponencial en el dominio del tiempo, se basan en la utilización y la reorganización de las ecuaciones diferenciales ordinarias del sistema como una combinación de una parte lineal y una parte no lineal como es expuesto en (2.26) [18].

$$\dot{u} = cu + F(u, t) \quad (2.26)$$

Donde c es una constante y $F(u, t)$ representa la parte no lineal del sistema. Para derivar el método de diferenciación exponencial en el dominio del tiempo de la ecuación (2.26), se multiplica la misma por un factor de integración e^{-ct} y se integra la ecuación resultante en los tiempos $t = t_n$ a $t = t_{n+1} = t_n + h$. Del procedimiento anterior, es obtenida la expresión (2.27).

$$u(t_{n+1}) = u(t_n)e^{ch} + e^{ch} \cdot \int_0^h e^{-c\tau} F(u(t_n + \tau), t_n + \tau) d\tau \quad (2.27)$$

Esta integral es exacta y el núcleo de los métodos ETD es derivar aproximaciones a la expresión anterior. Para esto se puede denotar la aproximación numérica de $u(t_n)$ como u_n y reescribir $F(u_n, t_n)$ como F_n . La aproximación más simple de esta integral es asumir que F es constante durante el intervalo de tiempo $t = t_n$ a $t = t_{n+1}$, por lo cual, la expresión (2.27) se convierte en el esquema numérico ETD1, dado por (2.28).

$$u_{n+1} = u_n e^{ch} + \frac{F_n(e^{ch} - 1)}{c} \quad (ETD1) \quad (2.28)$$

El método ETD1 se puede aproximar al método de Euler convencional cuando el valor de la constante c tiende a cero. Al no asumir que el término F es constante sobre el intervalo $t_n \leq t \leq t_{n+1}$, se usa la aproximación de orden superior tal que,

$$F = F_n + \frac{\tau(F_n - F_{n-1})}{h} + O(h^2) \quad (2.29)$$

Y a partir de lo anterior, se llega al esquema numérico ETD2 dado por la expresión (2.30).

$$u_{n+1} = u_n e^{ch} + \frac{F_n((1 + hc) \cdot e^{ch} - 1 - 2hc)}{hc^2} + \frac{F_{n-1}(-e^{ch} + 1 + hc)}{hc^2} \quad (2.30)$$

Para complementar el modelo del esquema numérico ETD, en la sección 2.4.1 se derivará concisamente la manera de encontrar esquemas ETD de orden arbitrario. La disponibilidad de esquemas ETD de alto orden representa una ventaja importante sobre métodos lineales estándar para los cuales el orden está sujeto a restricciones con respecto a la estabilidad de los mismos [2].

2.4.1. Diferenciación exponencial en el dominio del tiempo de orden arbitrario

En [17] se han obtenido esquemas implícitos y explícitos de ETD, sin embargo, la presentación de estos métodos es implícita al problema tratado y por lo tanto no se encuentra una formulación explícita para los coeficientes de ETD. En esta sección se realizará una derivación de los métodos explícitos basada en una aproximación polinómica del integrando en (2.27).

Se define $G_n(\tau)$ como se presenta en (2.31).

$$G_n(\tau) = F(u(t_n + \tau), t_n + \tau) \quad (2.31)$$

Para este término se han utilizado dos aproximaciones, una constante y otra lineal con respecto a τ . En general lo que se busca es una aproximación para G_n que sea polinómica con respecto a τ , la cual sea válida para el intervalo de tiempo $0 \leq \tau \leq h$, usando información acerca de F en los pasos de tiempo n -ésimo y su respectivo paso de tiempo anterior. Para derivar un esquema numérico con error de truncamiento local h^{s+1} , se denota basado en [1] que el polinomio aproximado $\sum_{m=0}^{s-1} G_n^{(m)} \tau^m$ de grado $s - 1$ puede ser escrito de la forma presentada en (2.32).

$$\left[1 - \binom{-\tau/h}{1} \nabla + \binom{-\tau/h}{2} \nabla^2 + \dots + (-1) \binom{-\tau/h}{s-1} \nabla^{s-1} \right] G_n(0) \quad (2.32)$$

Donde ∇ es el operador de diferencia regresiva, definido por (2.33) y (2.34).

$$\nabla G_n(0) = G_n(0) - G_{n-1}(0), \quad (2.33)$$

$$\nabla^2 G_n(0) = G_n(0) - 2G_{n-1}(0) + G_{n-2}(0), \quad (2.34)$$

$$m! \binom{-\tau/h}{m} = (-\tau/h)(-\tau/h - 1) \dots (-\tau/h - m + 1), \quad (2.35)$$

Para $m = 1, \dots, s - 1$. A partir de esto se puede ver que esta aproximación a u_{n+1} satisface la ecuación (2.37).

$$\begin{aligned}
u_{n+1} - u_n e^{ch} &= e^{ch} \int_0^h e^{-c\tau} \left[1 - \binom{-\tau/h}{1} \nabla + \binom{-\tau/h}{2} \nabla^2 + \dots \right. \\
&\quad \left. + (-1) \binom{-\tau/h}{s-1} \nabla^{s-1} \right] G_n(0) d\tau
\end{aligned} \tag{2.36}$$

$$u_{n+1} - u_n e^{ch} = e^{ch} \sum_{m=0}^{s-1} \int_0^h (-1)^m e^{-c\tau} \binom{-\tau/h}{m} d\tau \nabla^m G_n(0) \tag{2.37}$$

$$u_{n+1} - u_n e^{ch} = h \sum_{m=0}^{s-1} (-1)^m \int_0^1 e^{ch(1-\lambda)} \binom{-\lambda}{m} d\lambda \nabla^m G_n(0) \tag{2.38}$$

$$u_{n+1} - u_n e^{ch} = h \sum_{m=0}^{s-1} g_m \nabla^m G_n(0) \tag{2.39}$$

Donde

$$g_m = (-1)^m \int_0^1 e^{ch(1-\lambda)} \binom{-\lambda}{m} d\lambda \tag{2.40}$$

Para calcular g_m se introduce la función generadora dada por (2.41)

$$\Gamma(z) = \sum_{m=0}^{\infty} g_m z^m \tag{2.41}$$

La cual se desarrolla de la siguiente forma

$$\Gamma(z) = \int_0^1 e^{ch(1-\lambda)} \sum_{m=0}^{\infty} \binom{-\lambda}{m} (-z)^m d\lambda \tag{2.42}$$

$$= \int_0^1 e^{ch(1-\lambda)} (1-z)^{-\lambda} d\lambda \quad (2.43)$$

$$= \frac{e^{ch}(1-z-e^{-ch})}{(1-z)(ch+\log(1-z))} \quad (2.44)$$

Una relación de recurrencia puede ser encontrada para g_m al reordenar (2.44) como se presenta en (2.45).

$$(ch + \log(1-z))\Gamma(z) = e^{ch} - (1-z)^{-1} \quad (2.45)$$

Luego, expandiendo (2.45) en series de potencia de z se obtiene (2.46).

$$\begin{aligned} \left(ch - z - \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{3}z^3 - \dots \right) (g_0 + g_1z + g_2z^2 + \dots) \\ = e^{ch} - 1 - z - z^2 - z^3 - \dots \end{aligned} \quad (2.46)$$

Al agrupar (2.46) en potencias iguales de z se encuentra que

$$chg_0 = e^{ch} - 1 \quad (2.47)$$

y

$$chg_{m+1} + 1 = g_m + \frac{1}{2}g_{m-1} + \frac{1}{3}g_{m-2} + \dots + \frac{g_0}{m+1} = \sum_{k=0}^m \frac{g_k}{m+1-k} \quad (2.48)$$

Al obtener el valor de g_m el esquema para orden arbitrario de ETD está dado explícitamente por la expresión (2.49).

$$u_{n+1} = u_n e^{ch} + h \sum_{m=0}^{s-1} g_m \sum_{k=0}^m (-1)^k \binom{m}{k} F_{n-k} \quad (2.49)$$

2.4.2. Sistemas De Ecuaciones No Diagonales

Esquemas de diferenciación exponencial en el dominio del tiempo han sido mostrados hasta el momento solo para sistemas donde la parte lineal de las ecuaciones fuese diagonal. Sin embargo, los esquemas de ETD pueden ser generalizados para sistemas no diagonales, teniendo en cuenta que el detalle de la generalización depende de si el sistema tiene o no autovalores iguales a cero [18].

Como los métodos de la familia ETD dependen del cálculo de la exponencial de la matriz e^{Lh} y dicho calculo no es trivial al momento de tener sistemas de ecuaciones no diagonales, el uso de este método para este tipo de sistemas puede no parecer adecuado. Sin embargo, el cálculo de la matriz exponencial solo debe ser realizado una vez, en el inicio de las iteraciones. Por lo tanto, el costo computacional no es elevado. Para esta investigación, la estimación de e^{Lh} se realiza por el método descrito en [21].

2.4.2.1. *Sistemas De Ecuaciones No Diagonales Sin Autovalores Iguales a Cero*

Para implementar ETD en sistemas de ecuaciones no diagonales, se empieza por escribir (2.26) en forma vectorial dada por (2.50).

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{L}\mathbf{u} + \mathbf{F} \quad (2.50)$$

Donde \mathbf{u} es el vector que tiene las variables de estado del sistema, \mathbf{L} es una matriz no diagonal y \mathbf{F} las ecuaciones del sistema sin su parte lineal. Nótese que \mathbf{L} puede ser diagonalizable por medio de un cambio de variable sobre las ecuaciones del sistema. Sin embargo, en algunas aplicaciones esto podría no ser conveniente.

Análogo a (2.27) se multiplica (2.50) por un factor de integración e^{-Lt} y se integra la ecuación en los tiempos $t = t_n$ a $t = t_{n+1}$ para encontrar la expresión (2.51).

$$\mathbf{u}_{n+1} = e^{Lh}\mathbf{u}_n + e^{Lh} \int_0^h e^{-L\tau} \mathbf{F}(\mathbf{t}_n + \tau) d\tau \quad (2.51)$$

Luego para ETD1 se aproxima el termino final de (2.51) de la siguiente forma.

$$e^{Lh} \int_0^h e^{-L\tau} \mathbf{F}(\mathbf{t}_n + \tau) d\tau = e^{Lh} \int_0^h e^{-L\tau} \mathbf{F}_n d\tau + O(h^2) = M_1 \mathbf{F}_n + O(h^2) \quad (2.52)$$

Donde el valor de M_1 en (2.52) está en la expresión (2.53).

$$M_1 = L^{-1}(e^{Lh} - I) \quad (2.53)$$

Siendo I una matriz identidad del mismo tamaño que la matriz L , dado esto el esquema numérico ETD1 para sistemas de ecuaciones no diagonales está definido por (2.54)

$$\mathbf{u}_{n+1} = e^{Lh}\mathbf{u}_n + L^{-1}(e^{Lh} - I)\mathbf{F}_n \quad (2.54)$$

De la misma forma que en la ecuación (2.29) se realiza la aproximación de orden superior para encontrar el esquema numérico ETD2 de la forma mostrada en (2.55).

$$e^{Lh} \int_0^h e^{-L\tau} \mathbf{F}(\mathbf{t}_n + \tau) d\tau = e^{Lh} \int_0^h e^{-L\tau} (\mathbf{F}_n + (\mathbf{F}_n - \mathbf{F}_{n-1}) \tau/h) d\tau + O(h^3) \quad (2.55)$$

Teniendo en cuenta que

$$e^{Lh} \int_0^h \tau e^{-L\tau} d\tau = M_2 = L^{-2}[e^{Lh} - (I + Lh)] \quad (2.56)$$

La expresión (2.55) se puede expresar como

$$e^{Lh} \int_0^h e^{-L\tau} \mathbf{F}(\mathbf{t}_n + \tau) d\tau = M_1 \mathbf{F}_n + M_2 (\mathbf{F}_n - \mathbf{F}_{n-1})/h + O(h^3) \quad (2.57)$$

Por lo tanto, el esquema de integración numérica ETD2 para sistemas de ecuaciones no diagonales es el mostrado en (2.58).

$$\mathbf{u}_{n+1} = e^{Lh} \mathbf{u}_n + L^{-1}(e^{Lh} - I) \mathbf{F}_n + L^{-2}[e^{Lh} - (I + Lh)] (\mathbf{F}_n - \mathbf{F}_{n-1})/h \quad (2.58)$$

2.4.2.2. *Sistemas De Ecuaciones No Diagonales Con Autovalores Iguales a Cero*

Al momento de tener un sistema de ecuaciones no diagonales que poseen uno o más autovalores iguales a cero, los métodos de la familia ETD no podrían ser utilizados, dado que la matriz L no presenta inversa. No obstante, los métodos pueden ser generalizados de la siguiente forma. Al L tener uno o más autovalores iguales a cero se debe definir L por (2.59).

$$L = U^T \Lambda V \quad (2.59)$$

Siendo (2.59) la descomposición en valores singulares de L , se define la pseudo-inversa de L por la expresión (2.60) [10].

$$L^+ = V^{-1} \Lambda^+ (U^T)^{-1} \quad (2.60)$$

A partir de esto, la expresión $e^{Lh} \int_0^h e^{-L\tau} d\tau$ es dada por (2.61).

$$e^{Lh} \int_0^h e^{-L\tau} d\tau = M_1 = L^+(e^{Lh} - I) + he^{Lh}(I - L^+L) \quad (2.61)$$

Mientras que la expresión $e^{Lh} \int_0^h \tau e^{-L\tau} d\tau$ está dada por (2.62).

$$e^{Lh} \int_0^h \tau e^{-L\tau} d\tau = M_2 = L^{+2}[e^{Lh} - (I + Lh)] + \frac{1}{2}h^2 e^{Lh}(I - L^+L) \quad (2.62)$$

Así, los esquemas numéricos ETD1 y ETD2 son definidos por (2.63) y (2.64) respectivamente.

$$\mathbf{u}_{n+1} = e^{Lh}\mathbf{u}_n + M_1\mathbf{F}_n \quad (2.63)$$

$$\mathbf{u}_{n+1} = e^{Lh}\mathbf{u}_n + M_1\mathbf{F}_n + \frac{M_2(\mathbf{F}_n - \mathbf{F}_{n-1})}{h} \quad (2.64)$$

2.5. Formulación del modelo clásico de estabilidad transitoria para su solución mediante esquemas ETD.

Considere el sistema de ecuaciones que definen el modelo dinámico del generador sincrónico [5]. Las ecuaciones (2.65), (2.66), (2.67) y (2.68) definen el modelo dinámico del generador síncrono basado en la transformación de Park [12]. Las expresiones (2.69) y (2.70) están asociadas a los modelos simples de los controladores, tales como el gobernador y el regulador automático de tensión, respectivamente.

$$\dot{\delta}_i = \omega_s \cdot (\omega_i - 1) \quad (2.65)$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{2H_i} \cdot (P_{m_i} - P_{e_i} - K_{D_i} \cdot (\omega_i - 1)) \quad (2.66)$$

$$\dot{E}_{qi} = \frac{1}{T_{d0i}} \cdot (-E_{qi} - I_{di} \cdot (x_{si} - x'_{si}) + E_{fdi}) \quad (2.67)$$

$$\dot{E}_d = \frac{1}{T_{q0}} \cdot (-E_d + I_q \cdot (x_s - x'_s)) \quad (2.68)$$

$$P\dot{m}_i = \frac{1}{T_{gi}} \cdot \left(P_{Gi} - P_{mi} + \frac{(\omega_i - 1)}{R_i} \right) \quad (2.69)$$

$$\dot{E}_{fd} = \frac{1}{T_E} \cdot (-E_{fd} + K \cdot (V_{ref} - V_t)) \quad (2.70)$$

Donde, δ representa el ángulo del rotor, ω la frecuencia del rotor en por unidad, E_q , la tensión interna generada en el eje de cuadratura y E_d , la tensión interna generada en el eje directo. H es la constante de inercia del generador, P_m y P_e son la potencia de entrada y de salida del generador, K_D es la constante de fricción, T_{d0} es la constante de tiempo del devanado del eje directo, T_{q0} es la constante de tiempo del devanado del eje de cuadratura y x_s , x'_s son las reactancias síncrona y transitoria respectivamente.

Para aplicar los métodos ETD, el sistema de ecuaciones definido por (2.66) – (2.70) es organizado como se presenta en (2.50), donde el vector de variables de estado es dado por (2.71), la parte lineal de las ecuaciones diferenciales son agrupadas en la matriz L dada en (2.72) y la parte no lineal mediante la matriz F_n dada en (2.73).

$$u_n = [\omega \quad P_m \quad E_d \quad E_q \quad E_{fd}]^T \quad (2.71)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{-K_D}{2H} & \frac{1}{2H} & \frac{-i_d}{2H} & \frac{-i_q}{2H} & 0 \\ \frac{1}{T_g \cdot R} & \frac{-1}{T_g} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{T_{q0}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{T_{d0}} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_{d0}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{T_E} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

$$\mathbf{F}_n = \begin{bmatrix} \frac{1}{2H}(K_D) \\ \frac{1}{T_g} \cdot \left(P_G - \frac{1}{R}\right) \\ \frac{1}{T_{d0}} \cdot (I_q \cdot (x_s - x'_s)) \\ \frac{1}{T_{d0}} \cdot (-I_d \cdot (x_s - x'_s)) \\ \frac{1}{T_E} \cdot (K \cdot (V_{ref} - V_t)) \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

Reescrito el problema de la forma presentada en (2.50), es posible aplicar los esquemas ETD. No obstante, la expresión (2.65) no fue considerada en la definición de \mathbf{L} y \mathbf{F}_n dado que puede tratarse de manera desacoplada del resto del sistema de ecuaciones. Para obtener una mayor precisión en la estimación del ángulo del rotor δ , (2.65) es resuelta usando el método de Euler, realizando iteraciones intermedias entre los puntos ω_k y ω_{k+1} . Para esto, una interpolación simple es realizada mediante la expresión (2.74).

$$(t - t_k)(\omega_{k+1} - \omega_k) = \Delta t(\omega - \omega_k) \quad (2.74)$$

Capítulo 3. Algoritmo de Diferenciación Exponencial en el Dominio del Tiempo para Estudios de Estabilidad Transitoria (EET).

En el capítulo 2, secciones 2.4 y 2.5 se presenta la formulación matemática de los esquemas ETD y la reorganización del modelo clásico de estabilidad transitoria para poder ser resuelto por este esquema. No obstante, un conjunto de pasos adicionales son necesarios para el EET, los cuales integrados con el esquema ETD, constituyen el algoritmo generalizado propuesto en esta investigación. La Fig. 3, presenta el diagrama de flujo del algoritmo de diferenciación exponencial en el dominio del tiempo para EET propuesto. En las secciones 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4 de este capítulo, se presenta un análisis detallado de cada una de las etapas que lo conforman.

3.1. Etapa 1: Estimación de las condiciones iniciales para las EDO del modelo dinámico de los generadores síncronos

Para resolver el sistema de ecuaciones presentado en la subsección 2.5 para el ETT, es necesario conocer las condiciones iniciales de su vector de variables de estado \mathbf{u}_n . Para este objetivo, un flujo de carga basado en el método de Newton-Raphson es implementado para estimar las variables de estado del SEP para su condición inicial [16].

Con las tensiones en todos los nodos del sistema, son estimadas las potencias aparentes de los generadores, las cuales son utilizadas para estimar las corrientes inyectadas por los generadores y las tensiones internas de los mismos mediante las expresiones del (3.1) al (3.3).

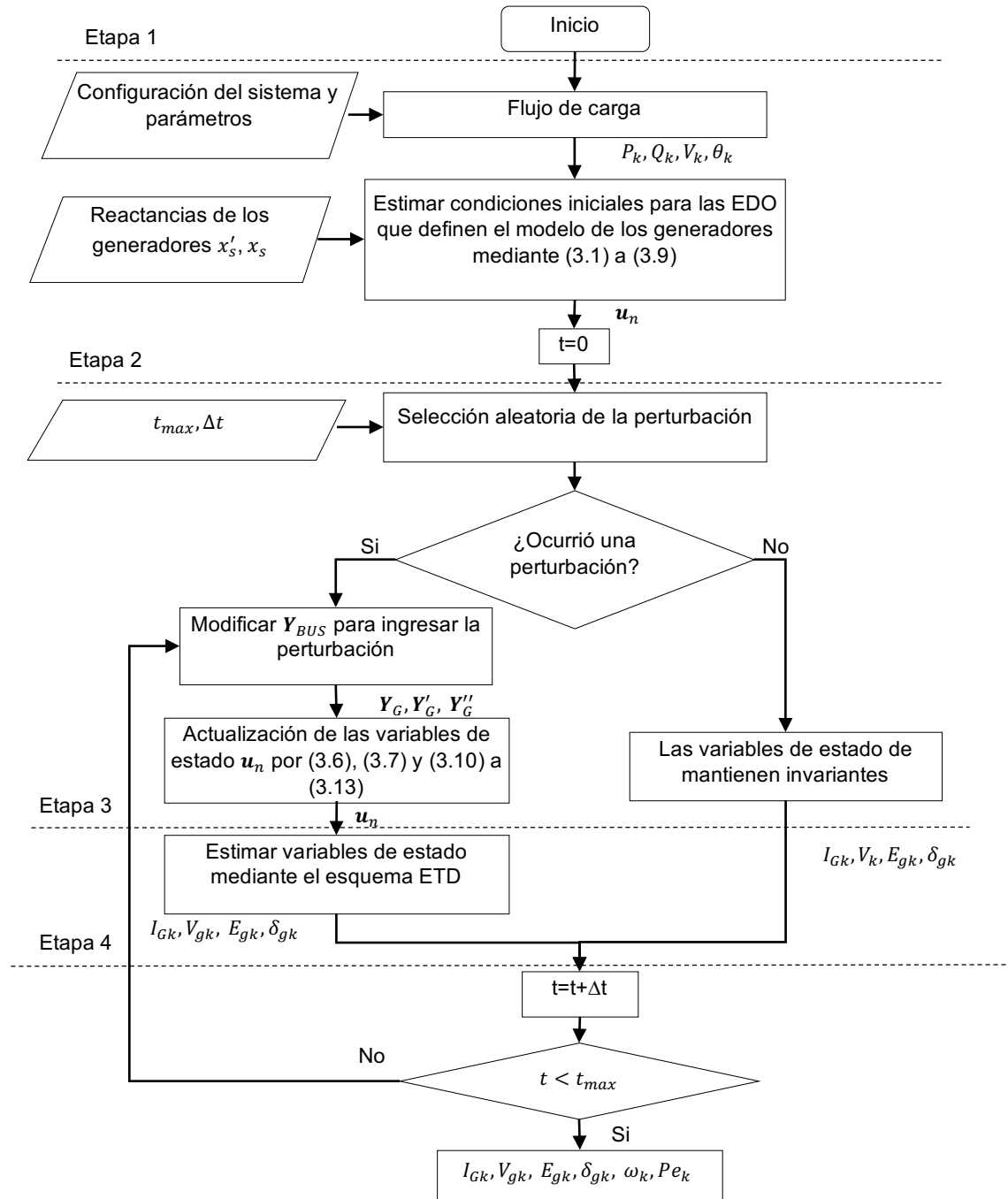


Figura 3 Algoritmo de diferenciación exponencial en el dominio del tiempo propuesto para estudios de estabilidad transitoria.

$$I_{gk} = \frac{P_{gk} - jQ_{gk}}{V_k^*} \quad (3.1)$$

$$E_{gk} = V_k + j \cdot X_s \cdot I_k = |E_{gk}| \angle \delta_k \quad (3.2)$$

$$E'_{gk} = V_k + j \cdot X'_s \cdot I_k = |E'_{gk}| \angle \delta_k \quad (3.3)$$

Donde E_{gk} y E'_{gk} son las tensiones internas en los periodos transitorio y estacionario del generador k, respectivamente. V_k e I_{gk} son la tensión y la corriente de salida del generador k y P_{gk} e jQ_{gk} las potencias activas y reactivas respectivamente.

Conocidas las tensiones internas de los generadores, es utilizada la matriz de transformación de Park para determinar dichas tensiones en los ejes directo y de cuadratura, como es dado en (3.4) y (3.5).

$$E_{d_k} = \text{Re} \left\{ E_{gk} \cdot e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \delta_k\right)} \right\} \quad (3.4)$$

$$E_{q_k} = \text{Im} \left\{ E_{gk} \cdot e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \delta_k\right)} \right\} \quad (3.5)$$

Análogo a las tensiones, se requiere determinar las corrientes de salida de los generadores en los ejes directo y de cuadratura, como es dado en (3.6) y (3.7).

$$I_{d_k} = \text{Re} \left\{ I_{gk} \cdot e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \delta_k\right)} \right\} \quad (3.6)$$

$$I_{q_k} = \text{Im} \left\{ I_{gk} \cdot e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \delta_k\right)} \right\} \quad (3.7)$$

Determinadas E_{d_k} , E_{q_k} , I_{d_k} e I_{q_k} son determinadas la última condición del vector u_n como se muestra en (3.8).

$$E_{fdk} = E_{q_k} + X_s \cdot I_{d_k} \quad (3.8)$$

A partir del valor de la tensión de campo encontrada por (3.8) se puede estimar la tensión de referencia asociada al AVR, dada por (3.9).

$$V_{refk} = |V_k| + \frac{E_{fdk}}{K_k} \quad (3.9)$$

3.2. Etapa 2: Simulación de la perturbación para el estudio de estabilidad transitoria

Para esta investigación, las perturbaciones son generadas por fallas tipo shunt ocurridas en las líneas de transmisión del sistema. Las fallas pueden ser:

- Fallas temporales: estas fallas auto-extinguibles que no producen la operación del sistema de protecciones. Por tanto, no envuelven la salida de líneas de transmisión.
- Fallas permanentes: estas fallas que producen la operación del sistema de protecciones. Por tanto, generan la salida de líneas de transmisión.

La selección de la perturbación es realizada mediante una función aleatoria de Matlab® que genera números pseudoaleatorios uniformemente distribuidos (*rand*) [36]. Estas perturbaciones son consideradas en la matriz de admitancia nodal Y_G del SEP.

Para fallas temporales y permanentes, la matriz de admitancia nodal en el periodo falla Y'_G es obtenida de la modificación de la matriz Y_G en prefalla para ingresar el nuevo elemento Z_F que representa la falla.

En post-falla, la matriz de admitancia nodal Y''_G cambia dependiendo del tipo de falla. Para fallas temporales, dado que la falla se autoestingue y el sistema de protecciones no actúa, la matriz Y''_G es igual a Y_G .

Para fallas permanentes, el sistema de protecciones opera y, por lo tanto, saca la línea donde ocurre la falla. Este cambio en la topología, es considerado mediante la modificación de la matriz Y_G en cuatro posiciones, las cuales están relacionadas a la línea donde ocurre la falla.

Lo anteriormente expuesto se ilustrará por medio de un ejemplo basado en el sistema de potencia mostrado en la Fig. 4, asumiendo que ocurre una falla en la línea que conecta los nodos 1 y 2 al 50% de su longitud.

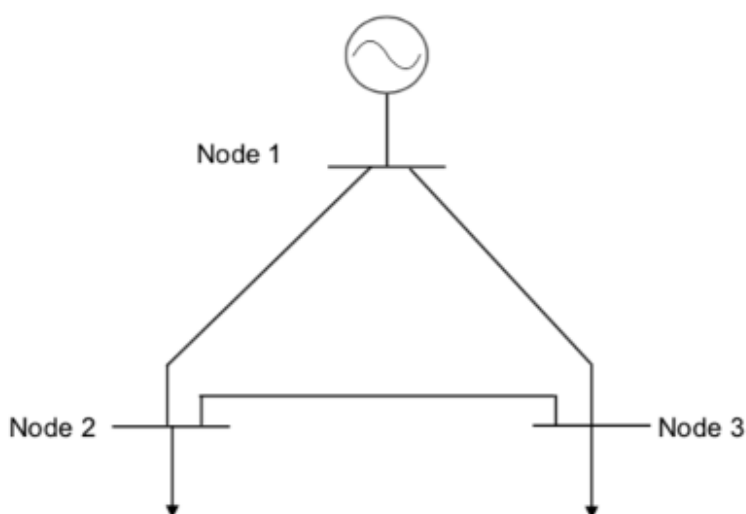


Figura 4 Sistema de potencia de prueba.

Para este sistema de potencia se tiene una matriz de admitancias como es mostrada en (3.10)

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Conocida esta matriz de admitancia la matriz de admitancias de falla, la cual es igual para fallas temporales o fallas permanentes, es presentada en (3.11)

$$Y_{busfalla} = \begin{bmatrix} Y_{11} + \frac{1}{Z_{12}} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} + \frac{1}{Z_{12}} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Para el caso de fallas temporales, la matriz de admitancias de post-falla es igual a la matriz de estado estable (3.10), ya que la línea vuelve a entrar en operación, no obstante, para fallas permanentes la matriz (3.10) tiene que ser modificada como se presenta en (3.12).

$$Y_{buspfpermanentes} = \begin{bmatrix} Y_{11} - \frac{1}{Z_{12}} - j\frac{B_{12}}{2} & 0 & Y_{13} \\ 0 & Y_{22} - \frac{1}{Z_{12}} - j\frac{B_{12}}{2} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Conocida la nueva matriz de admitancias $Y_N \in \Omega_n$ con $\Omega_n = \{Y_G, Y'_G, Y''_G\}$, las corrientes inyectadas por los generadores son actualizadas por (3.13) y nuevamente estimadas las corrientes I_{d_k} e I_{q_k} mediante las expresiones (3.6) y (3.7).

$$I_{gk} = Y_N \cdot E'_{gk} \quad (3.13)$$

Como resultado de este proceso, son actualizadas las condiciones iniciales para el vector de estados u_n después de ocurrida una perturbación.

3.3. Etapa 3: Estimar variables de estado mediante el esquema ETD

Una vez conocida la condición inicial de las variables de estado u_n , se resuelve el sistema de ecuaciones dado por (2.66) a (2.70) mediante el método ETD propuesto en la sección 2.4. Como la tensión interna de los generadores son obtenidos en función de

los ejes directo y de cuadratura, se aplica la transformada de Park inversa, para determinarla en componentes de fase como se presenta en (3.14).

$$E'_{gk} = (E'_{dk} + j \cdot E'_{qk}) \cdot e^{j(\delta_k - \frac{\pi}{2})} \quad (3.14)$$

A partir de esta tensión se encuentran los nuevos valores de potencia de salida del generador y de tensión en terminales del mismo, como se muestra en (3.15) y (3.16).

$$P_{ek} = \text{Re}\{I_{gk}^* \cdot E'_{gk}\} \quad (3.15)$$

$$V_k = |E'_{gk} - j \cdot X'_s \cdot I_{gk}| \quad (3.16)$$

3.4. Etapa 4: Criterio de parada

Conocida la respuesta de los generadores ante la perturbación seleccionada, es incrementado un paso Δt la variable de tiempo t y comparada con el tiempo máximo de la simulación t_{max} como se muestra en la Fig. 3. Si $t < t_{max}$ el proceso se repite desde la etapa 2 hasta que el tiempo sea mayor al tiempo de simulación (t_{max}).

Capítulo 4. Implementación del método híbrido propuesto

En este capítulo se tratarán dos aspectos de la implementación del método híbrido de integración numérica propuesto. La primera presenta la metodología utilizada para evaluar el funcionamiento y el comportamiento de los métodos propuestos y la segunda presenta los resultados de los estudios realizados: flujo de carga y estabilidad transitoria.

4.1. Metodología

El método propuesto es validado en el sistema IEEE39 nodos o también conocido sistema New England [44]. Este sistema es ampliamente utilizado para estudios de estabilidad de sistemas de potencia. Contiene 39 nodos con 10 generadores y tiene 19 puntos de carga que suman 6150.1 MW y 1233.9 MVAR. La Fig. 5 muestra el diagrama unifilar del sistema IEEE 39 nodos. Todos los datos del sistema de potencia mencionado con anterioridad pueden ser encontrados en el Anexo A.

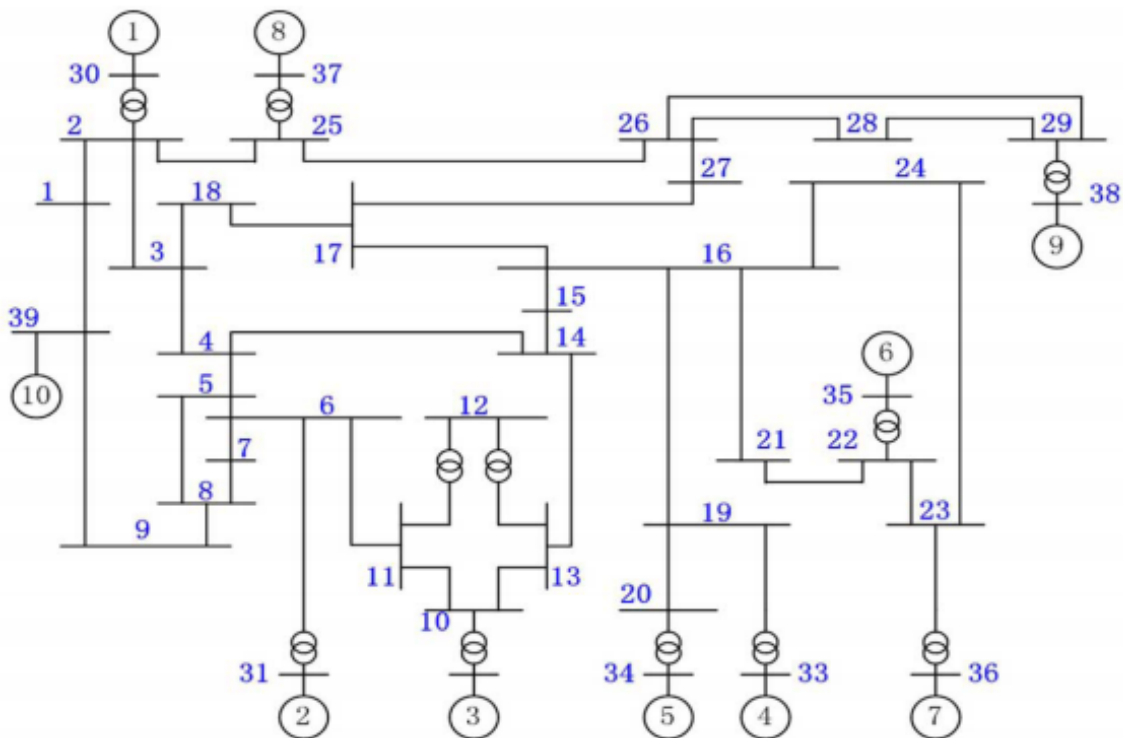


Figura 5 Diagrama unifilar del sistema de prueba IEEE 39 nodos.

Asimismo, el algoritmo propuesto fue probado utilizando los siguientes métodos de integración numérica:

- Euler convencional.
- Runge-Kutta de cuarto orden.
- ETD primer orden.
- ETD segundo orden.

Para la evaluación del algoritmo propuesto se consideran las variables que pueden ser controladas al momento de realizar un análisis de estabilidad transitoria, ya que estas variables influyen en la respuesta y en el desempeño del método escogido. Basándose en lo descrito en el capítulo 3, se encuentran los siguientes factores:

- El método de integración numérica a utilizar.
- El paso a utilizar por los métodos de integración numérica.
- La ubicación de la falla dentro del sistema de potencia.
- El tiempo de duración de la falla.
- El tipo de falla ocurrida.

Por otra parte, se encuentran factores de variación permitida como lo son los datos del flujo de carga del sistema y factores mantenidos constantes como lo son:

- Datos dinámicos de los generadores del sistema.
- Datos de los gobernadores de las maquinas.
- Datos de los reguladores automáticos de voltaje.
- Datos de la topología del sistema de potencia.

Basado en lo anterior se realizaron dos experimentos, uno en el cual se pudo observar cómo se comportan los distintos métodos de integración numérica con respecto al tiempo de ejecución al variar los distintos factores y el segundo con el cual se mostrará un

análisis con respecto a la precisión de los resultados obtenidos por los métodos de integración numérica al utilizar grandes pasos de tiempo.

4.2. Resultados flujo de carga

Esta sección presenta los resultados del flujo de carga realizado como caso base para el inicio del algoritmo propuesto.

Para resolver el sistema de ecuaciones presentado en la subsección 2.5 para el ETT, es necesario conocer las condiciones iniciales de su vector de variables de estado u_n . Para este objetivo, un flujo de carga basado en el método de Newton-Raphson es implementado para estimar las variables de estado del SEP para su condición inicial [16].

Al realizar este flujo de carga en la tabla 1 se presentan los resultados del flujo de carga para las tensiones de los nodos del sistema.

Tabla 1 Resultado de voltajes para flujo de carga en sistema de potencia IEEE39

Nodo	Voltaje [pu]	Ángulo [°]	Nodo	Voltaje [pu]	Ángulo [°]
1	1.0279	-13.8921	21	0.9957	-7.4486
2	1.0191	-9.8699	22	1.0218	-2.7447
3	0.9919	-12.4789	23	1.0206	-2.9716
4	0.9557	-12.8088	24	0.9972	-9.8935
5	0.9548	-11.1937	25	1.0283	-8.3605
6	0.9559	-10.3136	26	1.0181	-9.4597
7	0.9488	-12.9299	27	1.0004	-11.4998
8	0.9499	-13.5792	28	1.0193	-5.7379
9	1.0187	-14.5574	29	1.0207	-2.8219
10	0.9627	-7.8145	30	1.0499	-7.4459
11	0.9591	-8.672	31 ¹	0.982	0
12	0.9396	-8.746	32	0.9841	0.0725
13	0.9609	-8.6738	33	0.9972	0.3815
14	0.9615	-10.6878	34	1.0123	-1.0424

¹ El nodo 31 es el nodo Slack del Sistema de potencia IEEE39.

15	0.9698	-11.4306	35	1.0494	2.228
16	0.989	-10.0181	36	1.0636	5.0427
17	0.9931	-11.2111	37	1.0275	-1.5558
18	0.9912	-12.1578	38	1.0265	4.2561
19	0.9901	-4.8144	39	1.03	-14.9464
20	0.9869	-6.2213			

A partir de estas tensiones se encuentran las potencias generadas por cada una de las máquinas síncronas del sistema, en la tabla 2 se muestran los resultados de las potencias encontradas.

Tabla 2 Potencias generadas por las maquinas síncronas del sistema de potencia IEEE39

Nodo	P [MW]	Q [MVAR]
30	250	184.21
31	681.45	167.7
32	650.02	150.02
33	632	47.42
34	508	140.06
35	650	230.41
36	560	196.98
37	540	14.36
38	830	46.59
39	1000	206.81

Al obtener las potencias se procede a encontrar las corrientes inyectadas al sistema por las maquinas síncronas, en la tabla 3 se muestran los datos de inyección de corriente en por unidad.

Tabla 3 Inyecciones de corriente por parte de las máquinas síncronas del sistema de potencia IEEE39

Nodo	I [pu]
30	6.903 - 2.2564i
31	2.1639 - 1.8335i
32	6.5981 - 2.1248i
33	6.334 - 1.1073i
34	4.9694 - 1.7888i

35	6.2533 - 1.8145i
36	5.3225 - 0.52868i
37	5.2538 - 0.13185i
38	8.0814 + 0.33771i
39	9.2068 - 3.1741i

Basándose en los resultados obtenidos en las tablas 1, 2 y 3 se pueden obtener los valores iniciales del vector de estado \mathbf{u}_n , el cual será analizado por medio de un estudio de estabilidad transitoria haciendo uso de métodos de integración numérica.

4.3. Estudio de estabilidad transitoria en sistemas eléctricos de potencia

Esta sección se divide en dos subsecciones. La primera parte muestra el experimento diseñado para verificar cómo se comporta la variable tiempo computacional al implementar cada uno de los distintos métodos de integración numérica al realizar estudios de estabilidad transitoria sobre el sistema de potencia IEEE39. La segunda parte muestra el experimento diseñado para analizar la precisión de los resultados obtenidos por cada uno de los distintos métodos de integración numérica al realizar un estudio de estabilidad transitoria sobre el sistema de potencia IEEE39.

4.3.1. Experimento de tiempo computacional empleado por los métodos de integración numérica

Basado en el sistema de potencia que se va a analizar, en la tabla 4 son mostrados los factores de diseño con sus respectivos niveles y rangos.

Tabla 4 Factores de diseño, niveles y rangos para el experimento de tiempo computacional

Factor	Niveles
Tipo de experimento	Factorial completo
Métodos	ETD1, ETD2 y RK4
Δt	[0.01, 0.05, 0.1]
Líneas en falla	Todas
Duración de la falla	1 ciclo, 9 ciclos
Tipo de falla	Temporal (1), permanente (0)
Total de simulaciones	1224

Se desea verificar la significancia de los factores métodos y paso del método (Δt) dentro del experimento planteado, para esto se hizo un experimento factorial completo con los niveles de los factores tal como se aprecian en la tabla 4. En la sección 4.4 se explica en detalle el método de captura de datos. Las características de la máquina utilizada para efectuar el experimento se presentan en la tabla 5.

Tabla 5 Características del computador utilizado

Equipo	Característica
Marca	Apple Macbook Pro (mid 2012)
Procesador	2.9 GHz intel core i7
Memoria RAM	16 Gb 1600 MHz DDR3
Ver Matlab	R2015 b

El tiempo de simulación de cada caso es determinado con la función Tic-Toc de Matlab® [36].

4.3.2. Experimento de precisión en los resultados obtenidos

Para el caso del experimento de precisión en los resultados obtenidos, se realizó un experimento manteniendo algunos factores fijos y variando solo los más importantes para verificar como es el funcionamiento de las variables de salida ante estos dos cambios. Basado en el sistema de potencia que se va a analizar, en la tabla 6 son mostrados los factores de diseño con sus respectivos niveles y rangos.

Tabla 6 Factores de diseño, niveles y rangos para el experimento de tiempo computacional

Factor	Niveles
Método	ETD1, ETD2 y RK4
Δt	[0.1]
Línea en falla	25-26
Duración de la falla	1 ciclo
Tipo de falla	Temporal (1)
Total datos tomados	1350

Para cada caso evaluado, la respuesta estimada es comparada con la respuesta referencia, la cual es obtenida con el método de Euler con un paso $\Delta t = 1 \times 10^{-8}$ s. El error para cada caso evaluado es estimado mediante la expresión (4.1).

$$e_k = \left(CurvaEuler(t) - CurvaMetodo(t) \right)^2 \quad (4.1)$$

El desempeño de los métodos es evaluado, mediante la determinación del error de estimación de tres variables por cada generador: ángulo del rotor (δ_k), velocidad del rotor (ω_k) y potencia de salida del generador (P_{ek}).

4.4. Análisis de Resultados

Esta sección se divide en tres subsecciones. La primera parte muestra los resultados obtenidos al aplicar los diferentes métodos de integración numérica para verificar cómo

se comporta la variable tiempo computacional al implementar cada uno de los distintos métodos de integración numérica al realizar estudios de estabilidad transitoria sobre el sistema de potencia IEEE39. La segunda parte muestra los resultados obtenidos al aplicar los diferentes métodos de integración numérica y analizar la precisión de los resultados obtenidos al realizar un estudio de estabilidad transitoria sobre el sistema de potencia IEEE39. Finalmente, la tercera subsección soporta lo encontrado al realizar el análisis de precisión en los resultados obtenidos al realizar estudios de estabilidad transitoria sobre el sistema de potencia IEEE39 usando dos métodos distintos de integración numérica.

Para determinar si los factores mencionados en la subsección 4.3 son significativos sobre el tiempo computacional de cada uno de los experimentos, se realizó un análisis de varianza multifactorial (ANOVA). Este método evalúa, para cada factor e interacción de factores, la igualdad de la media entre los niveles de cada factor.

En general, las hipótesis para cada factor e interacción son mostradas en (4.2) y (4.3)

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 \quad (4.2)$$

$$H_1: \text{al menos dos medias son diferentes} \quad (4.3)$$

La hipótesis nula indica que las medias de los niveles del factor son iguales, esto implica necesariamente que el factor no ejerce un cambio significativo sobre la variable de respuesta. Mientras que, la hipótesis alternativa indica que las medias de los niveles son diferentes, indicando que el factor en cuestión es significativo para la variable de respuesta.

Con los resultados del análisis ANOVA se puede concluir con un alto porcentaje de confianza, en este caso un 95% de confianza, qué factores de diseño son o no significativos en la respuesta de la variable de interés.

4.4.1. Resultados de tiempo computacional empleado por los métodos de integración numérica

Los resultados obtenidos para la variable de respuesta tiempo computacional son presentados en la tabla 7. En la-ANOVA no se tuvieron en cuenta las interacciones de tercer, cuarto y quinto orden, debido a que éstas son poco significativas.

Tabla 7 Análisis de varianza para el tiempo computacional en sistema de prueba

Fuente	Suma de Cuadrados	GI	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
EFFECTOS PRINCIPALES					
A: Método	0.221584	3	0.0738613	13431.06	0
B: Paso del Método	0.480005	2	0.240002	43642.45	0
C: Línea en Falla	0.000618851	33	1.87531E-05	3.41	0
D: Duración de Falla	1.64923E-05	1	1.64923E-05	3	0.0833
E: Tipo de Falla	1.34729E-05	1	1.34729E-05	2.45	0.1175
INTERACCIONES					
AB	0.188066	6	0.0313443	5699.7	0
AC	0.000581277	99	5.87148E-06	1.07	0.3118
AD	7.19383E-06	3	2.39794E-06	0.44	0.7272
AE	0.00001417	3	4.72334E-06	0.86	0.4619
BC	0.000901106	66	1.36531E-05	2.48	0
BD	0.000018376	2	9.18799E-06	1.67	0.1885
BE	0.000006155	2	3.0775E-06	0.56	0.5716
CD	0.000451217	33	1.36732E-05	2.49	0
CE	0.000454436	33	1.37708E-05	2.5	0
DE	3.19106E-05	1	3.19106E-05	5.8	0.016
RESIDUOS	0.00738555	1343	5.49929E-06		
TOTAL	0.900155	1631			

El valor de α utilizado para el análisis estadístico es de 0.05. Se aprecia que el valor-P es menor que el valor del alfa utilizado para los siguientes efectos e interacciones:

- Método de integración numérica utilizado.

- Paso del método.
- Línea en falla.
- Método de integración utilizado - paso utilizado por este método.
- Paso utilizado por el método de integración numérica - línea que entró en falla.
- Línea que entró en falla - duración de la falla.
- Línea que entró en falla - tipo de falla.
- Duración de la falla - tipo de falla.

Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula para cada uno de estos factores e interacciones y se concluye que son significativos en la variable tiempo computacional, es decir, los factores mencionados anteriormente afectan directamente la respuesta analizada.

Adicionalmente, en la Fig. 6 se presenta la distribución de los tiempos de simulación para los casos evaluados en este experimento.

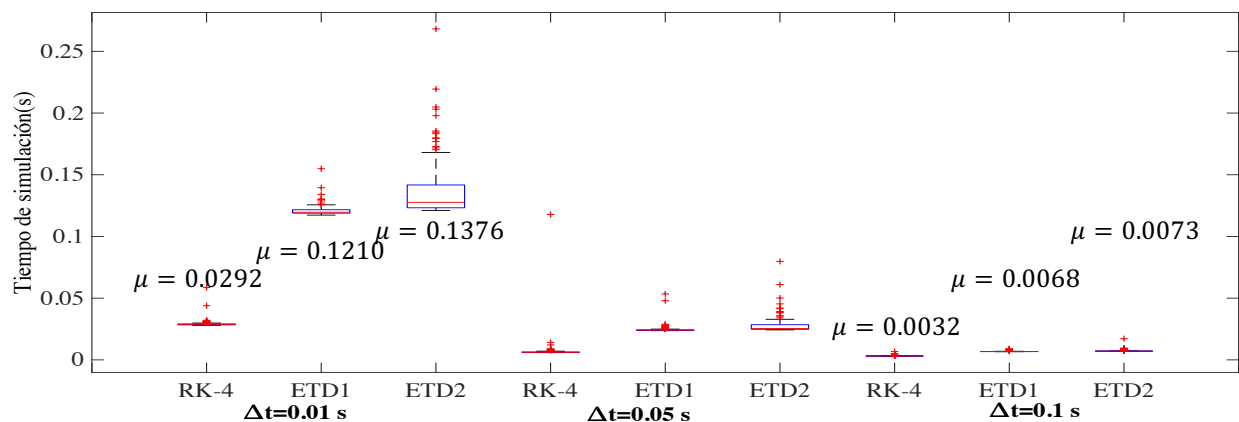


Figura 6 Boxplot con distribución del tiempo computacional de los métodos ETD1, ETD2 y RK-4 obtenidos del experimento 1.

De la figura se puede observar que bajo las condiciones establecidas en el experimento del tiempo computacional, el tiempo computacional de los esquemas ETD1 y ETD2 son mayores que el tiempo computacional registrado por el método RK-4. No obstante, la diferencia en tiempo computacional de los esquemas ETD1 y ETD2 respecto a RK-4, se reduce significativamente a medida que se incrementa el paso Δt , pudiendo presentar

tiempos computacionales cercanos a los presentados por el método RK-4, como se observa en la Fig. 6.

Desde el punto de vista de desempeño en tiempo computacional, los esquemas ETD no presentan una notable mejora respecto a los métodos ya propuestos en el estado del arte como es el caso del RK-4. Sin embargo, otra característica que debe ser evaluada en el desempeño de estos métodos es su precisión respecto a la estimación de las variables de estado. Esto es evaluado en el experimento de precisión en los resultados obtenidos, como se presenta en la sección 4.4.2.

4.4.2. Resultados del experimento de precisión en los resultados obtenidos

Se implementó un ANOVA multifactorial, los resultados obtenidos para las variables de respuesta de la maquina síncrona en el sistema de prueba son mostrados en esta sección. En la tabla ANOVA se tuvo en cuenta una única interacción, la cual es la interacción entre el método de integración numérica utilizado y el paso utilizado por dicho método. En la tabla 8 se encuentra un ejemplo de un ANOVA para una de las variables de respuesta del sistema, ya que en el caso del sistema de prueba utilizado se tienen 27 variables de respuesta,

Tabla 8 Análisis de varianza para el ángulo del rotor del generador 1.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
EFFECTOS PRINCIPALES					
A: Método	3.42062	3	1.14021	44.08	0
B: Paso del método	1.94379	3	0.647929	25.05	0
INTERACCIONES					
AB	3.94446	9	0.438274	16.94	0
RESIDUOS	36.1122	1396	0.0258683		
TOTAL	42.6941	1411			

Se realizó un ANOVA para cada una de las 27 variables y se realizaron 3 tablas donde se muestra que efecto es significativo para cada una de las variables.

Tabla 9 Rechazo de hipótesis nula para el efecto A sobre las variables del sistema de prueba.

Efecto:A	δ	ω	P_e
G1	Si	No	No
G2	Si	No	No
G3	Si	Si	No
G4	Si	Si	Si
G5	Si	Si	No
G6	Si	Si	Si
G7	Si	Si	Si
G8	Si	Si	Si
G9	Si	Si	Si

Tabla 10 Rechazo de hipótesis nula para el efecto B sobre las variables del sistema de prueba.

Efecto:B	δ	ω	P_e
G1	Si	No	No
G2	Si	No	No
G3	Si	No	No
G4	Si	Si	Si
G5	Si	No	No
G6	Si	Si	Si
G7	Si	Si	Si
G8	Si	Si	Si
G9	Si	No	No

Tabla 11 Rechazo de hipótesis nula para la interacción AB sobre las variables del sistema de prueba.

Interacción:AB	δ	ω	P_e
G1	Si	No	No
G2	Si	No	No
G3	Si	No	No
G4	Si	Si	Si
G5	Si	No	No
G6	Si	Si	Si
G7	Si	Si	Si
G8	Si	Si	Si
G9	Si	Si	No

Las casillas marcadas en rojo dictan que para esa combinación de variable de respuesta del generador observado el efecto o la interacción rechaza la hipótesis nula y por lo tanto se concluye que los efectos o las interacciones son significativos para el valor de las variables de salida. Por lo tanto, las casillas mostradas en rojo establecen que el efecto o interacción de efectos analizado afecta directamente la precisión en los resultados obtenidos al realizar un estudio de estabilidad transitoria.

Los efectos que no fueron rechazados se debieron a la toma de datos, ya que al momento de no ser rechazados es porque sus medias son estadísticamente iguales según lo visto en (4.2), esto se da puesto que para el caso de las variables velocidad del rotor y potencia eléctrica los cambios obtenidos en el valor de las mismas ante perturbaciones no son tan inestables como los cambios en el ángulo del rotor. Adicional a esto, en las Fig. 7, 8 y 9 se presentan las distribuciones del error de las variables δ_k , ω_k y P_{ek} .

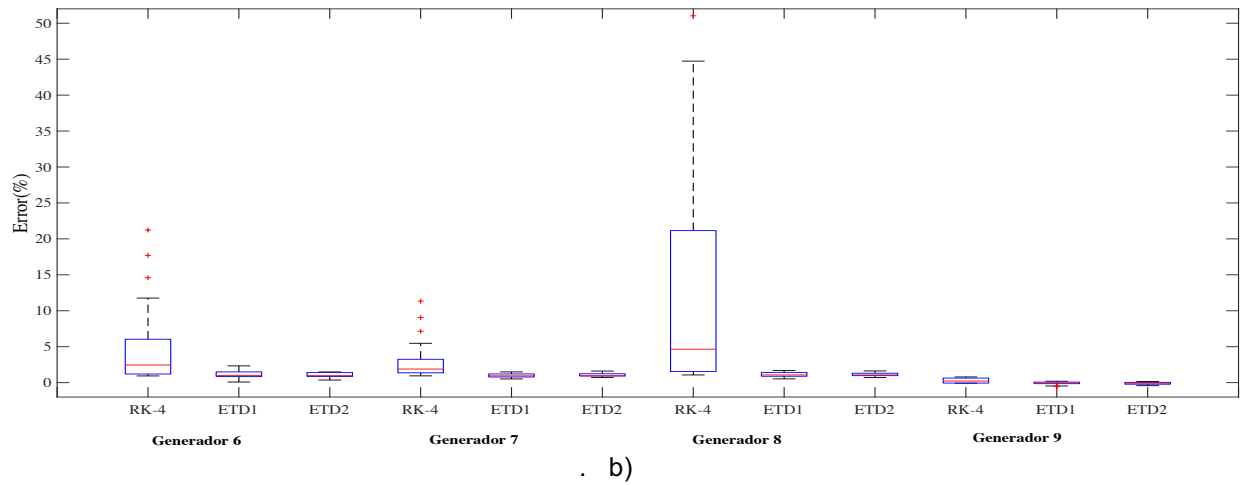
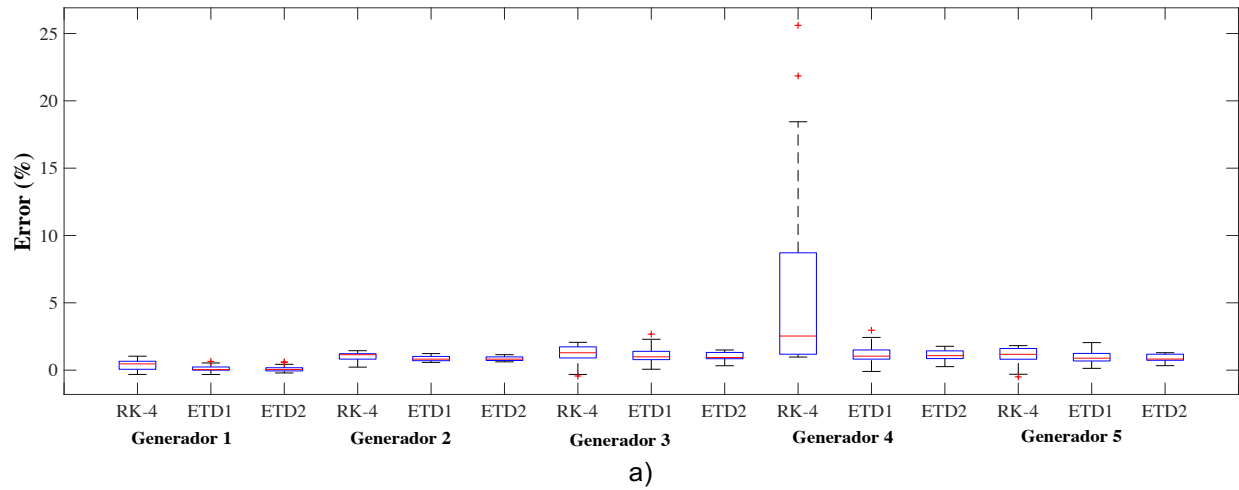
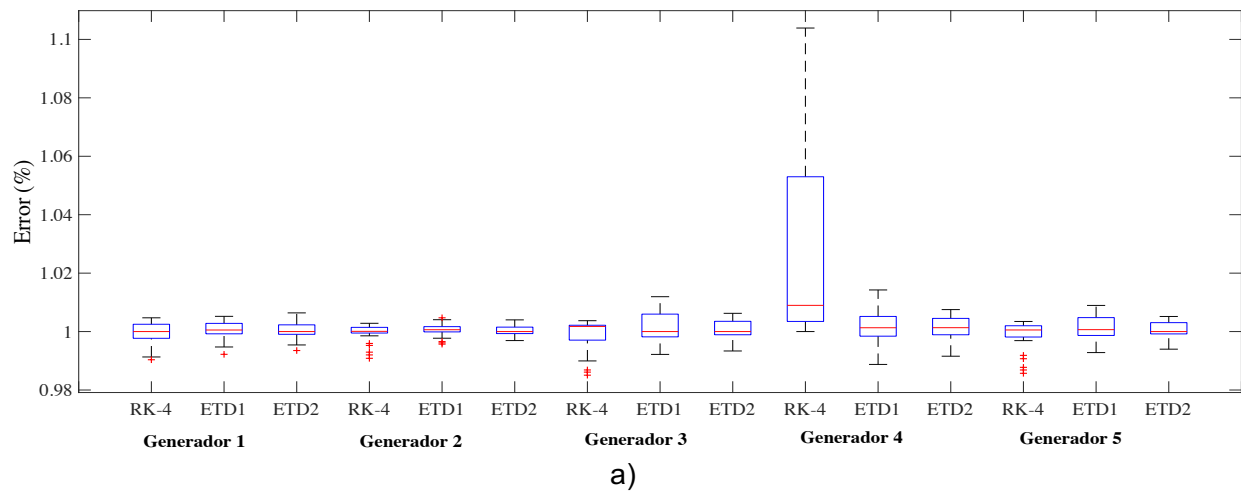


Figura 7 Boxplot con distribución del error de δ_k utilizando los métodos ETD1, ETD2 y RK-4. a) δ_k para generadores 1 al 5. b) δ_k para generadores 6 al 9.



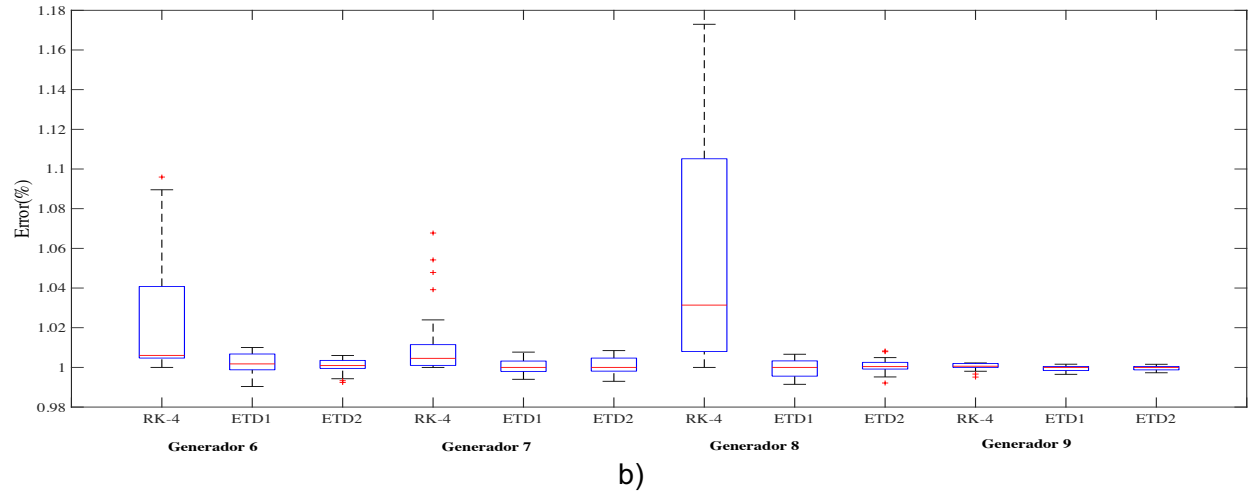


Figura 8 Boxplot con distribución del error de ω_k utilizando los métodos ETD1, ETD2 y RK-4. a) ω_k para generadores 1 al 5. b) ω_k para generadores 6 al 9.

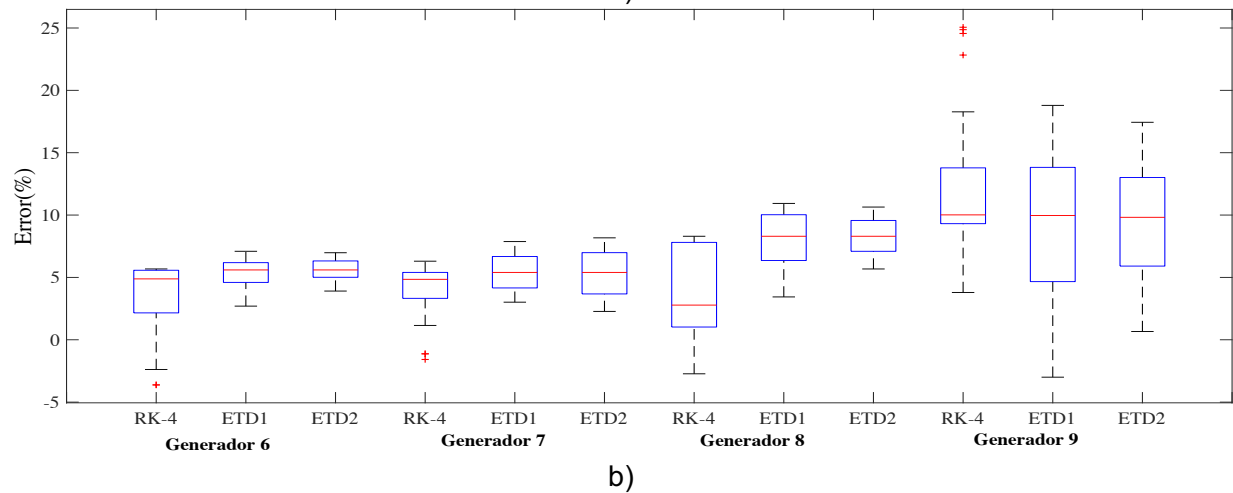
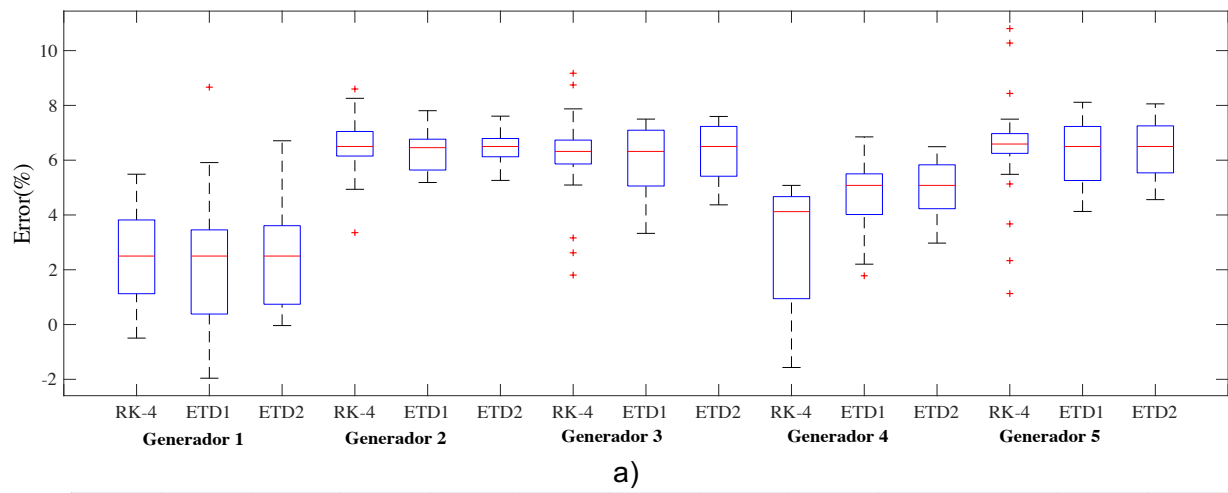


Figura 9 Boxplot con distribución del error de P_{ek} utilizando los métodos ETD1, ETD2 y RK-4. a) P_{ek} para generadores 1 al 5. b) P_{ek} para generadores 6 al 9.

Las Fig. 7, 8 y 9 permiten observar la ventaja que presentan los esquemas ETD respecto al método clásico RK-4. En la subsección 4.4.1 se observó que el tiempo computacional del método de integración numérica RK-4 es menor que el de los esquemas ETD. Sin embargo, a medida que el paso Δt se incrementa esta ventaja de tiempo se reducía. No obstante, también debe ser observada la calidad de las soluciones obtenidas. En este caso, desde las Fig. 7, 8 y 9, es concluyente que los esquemas ETD son más precisos que el RK-4. La Fig. 10, presenta un zoom de la distribución de los errores obtenidos con cada método para la variable δ_k .

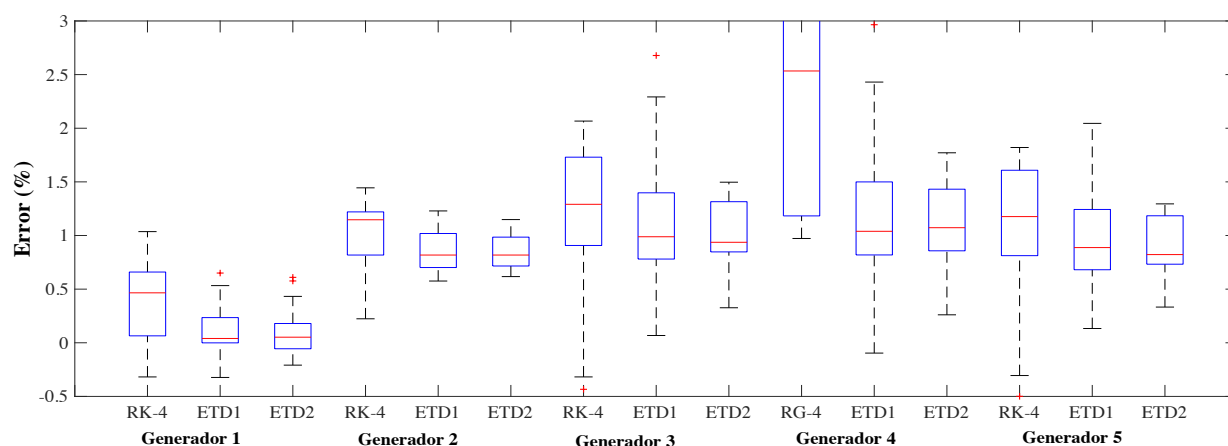


Figura 10 Boxplot con distribución del error de δ_k utilizando los métodos ETD1, ETD2 y RK-4. δ_k para generadores 1 al 5.

En esta se puede observar la superioridad de los esquemas ETD, siendo mejor los resultados a medida que el orden del esquema se incrementa (ETD2).

4.4.3. Resultados del análisis de estabilidad transitoria

Lo anteriormente expuesto, también puede ser observado en la respuesta obtenida de las variables estimadas ante una perturbación. Las Fig. 11, 12 y 13, presentan la respuesta de las variables δ_k , ω_k y P_{ek} obtenida con los esquemas ETD1, ETD2 y RK-4, para el generador G08 ante una falla en la línea que conecta a los nodos 25-26. La

respuesta real de las variables en cuestión se obtuvo con el método Euler con un paso $\Delta t = 1 \times 10^{-8} s$.

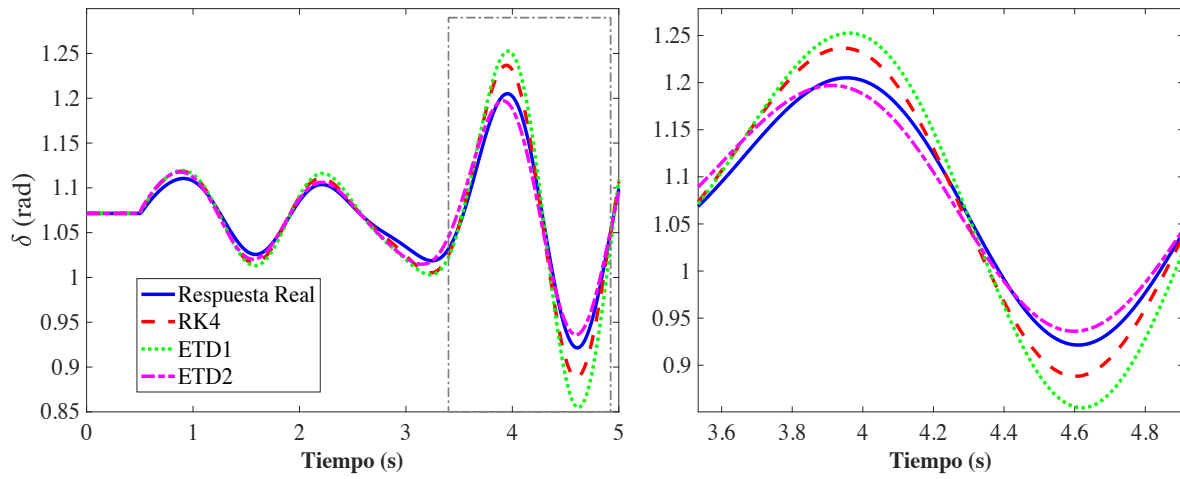


Figura 11 Respuesta en el tiempo de la variable δ_k obtenida con los esquemas ETD1, ETD2 y RK-4, para el generador G08 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 25-26.

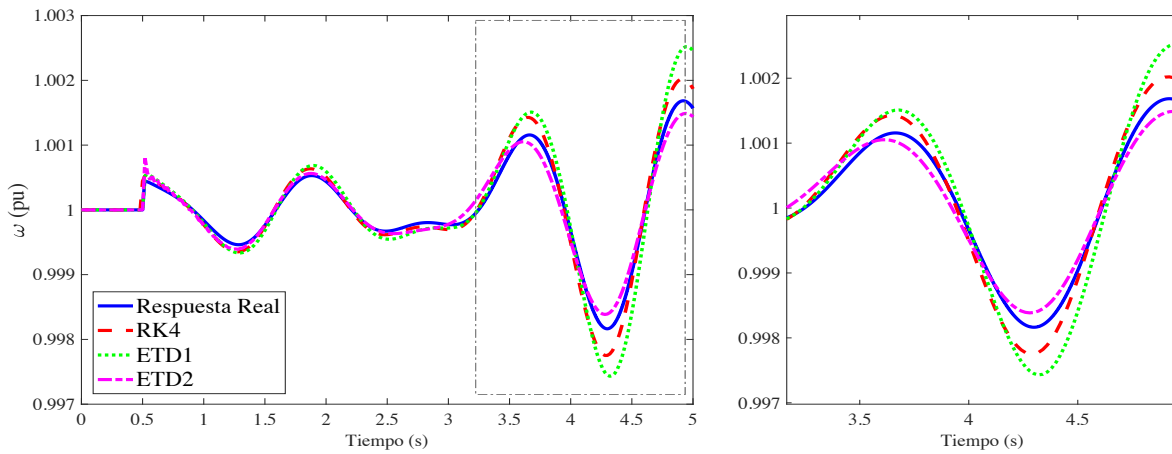


Figura 12 Respuesta en el tiempo de la variable ω_k obtenida con los esquemas ETD1, ETD2 y RK-4, para el generador G08 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 25-26.

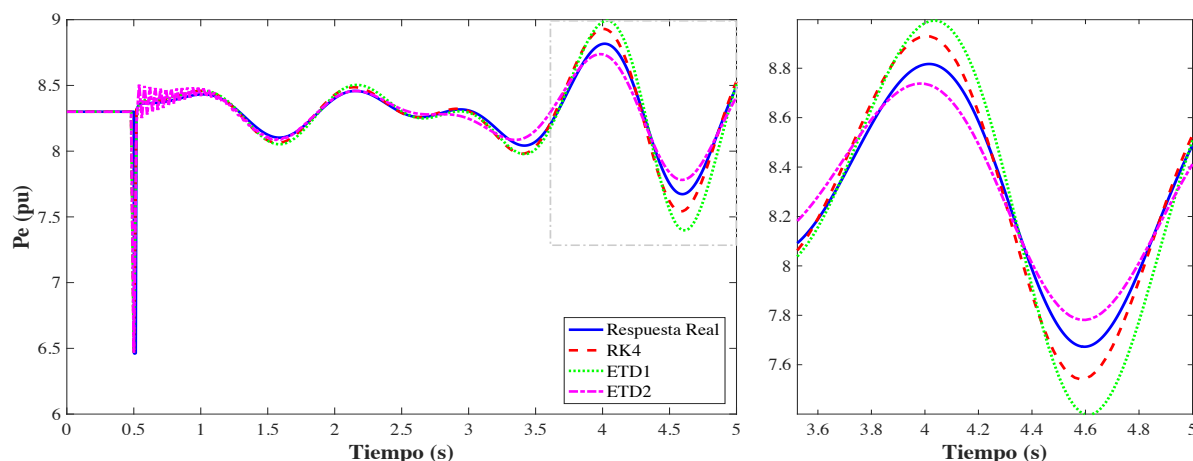


Figura 13 Respuesta en el tiempo de la variable P_{ek} obtenida con los esquemas ETD1, ETD2 y RK-4, para el generador G08 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 25-26.

Las Fig. 11, 12 y 13 muestran la precisión de los esquemas ETD. Se puede observar, que el esquema ETD2 obtiene una respuesta muy cercana a la respuesta original de la variable en análisis. Esto claramente se ve reflejado en la distribución de los errores obtenidos para los casos evaluados en el experimento 2, como se muestra en las Fig. 7, 8, 9 y 10. Por otra parte, la respuesta obtenida por el esquema ETD1, para el caso reportado en la Fig. 11, a simple vista muestra ser menos exacta que la obtenida por RK-4. Sin embargo, desde la distribución de errores de δ_k presentados en la Fig. 7, se evidencia que, a pesar que para algunos casos el error presentado por el ETD1 es similar al error presentado por RK-4, la respuesta obtenida por ETD1 es de mejor calidad.

Para validar los resultados encontrados anteriormente se realizaron estudios de estabilidad transitoria, haciendo uso de los métodos de integración numérica RK4 y ETD2, analizando fallas sobre las líneas de transmisión mostradas en la tabla 12.

Tabla 12 Líneas de transmisión utilizadas para validación de los resultados obtenidos

Falla	Nodo desde	Nodo hasta	Gen Analizado
1	4	5	2
2	6	11	4
3	16	19	6
4	22	23	8

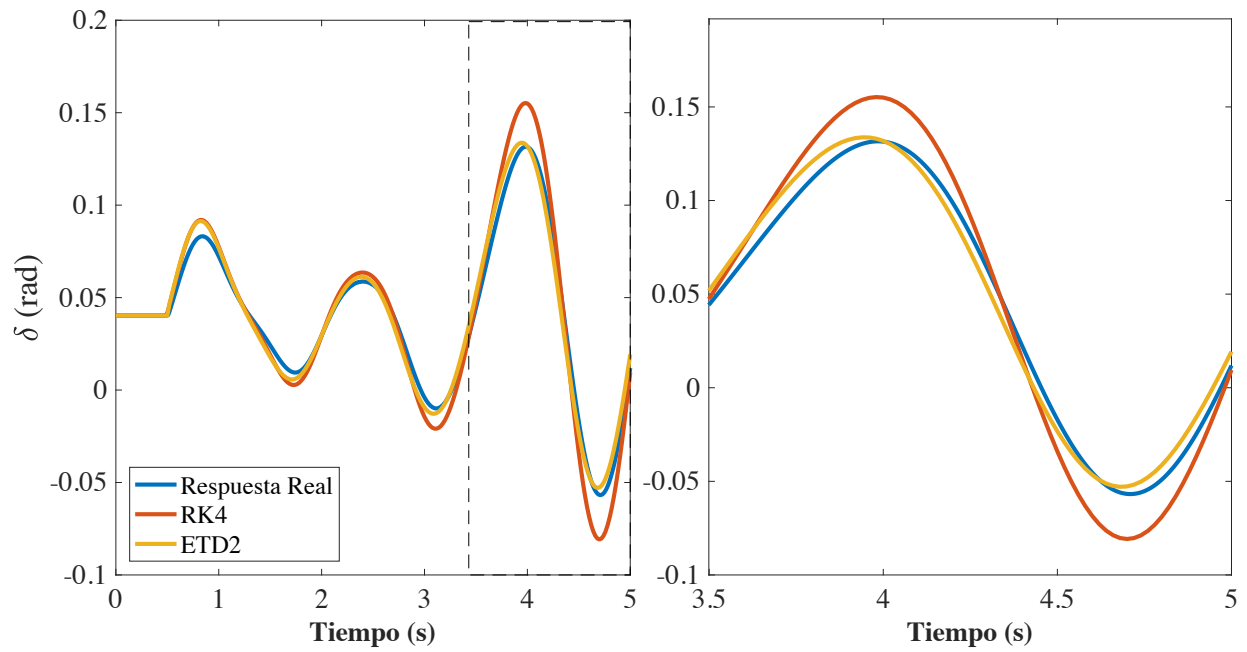


Figura 14 Respuesta en el tiempo de la variable δ_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G02 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 4-5.

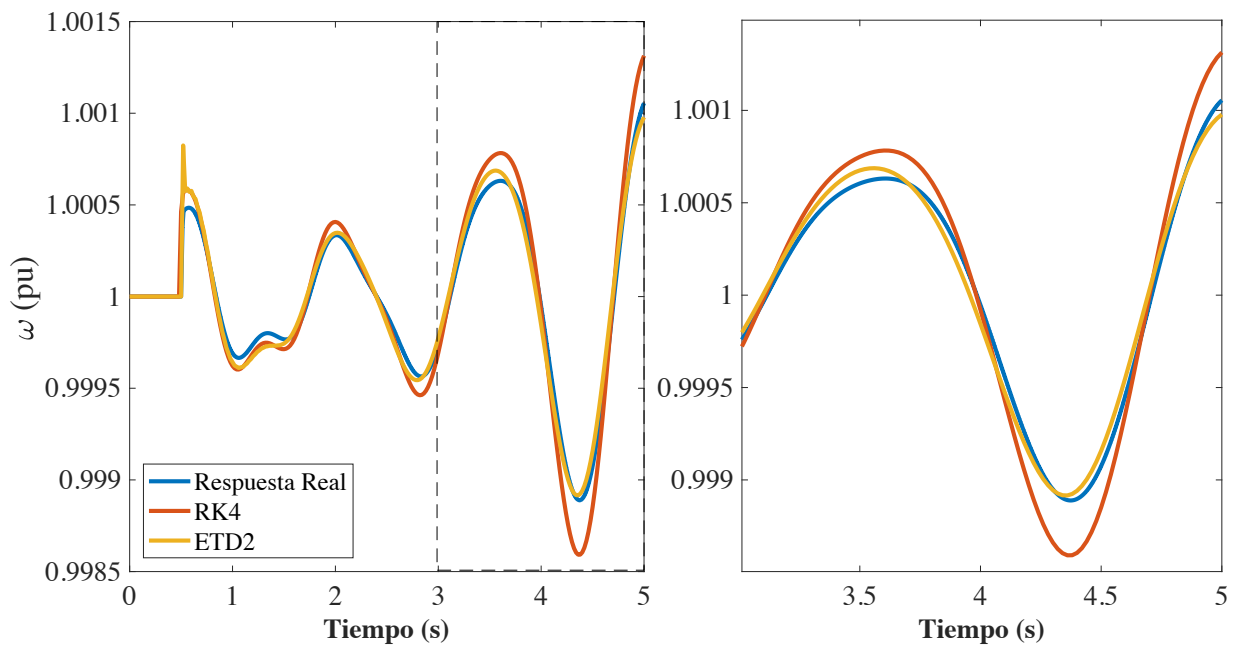


Figura 15 Respuesta en el tiempo de la variable ω_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G02 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 4-5.

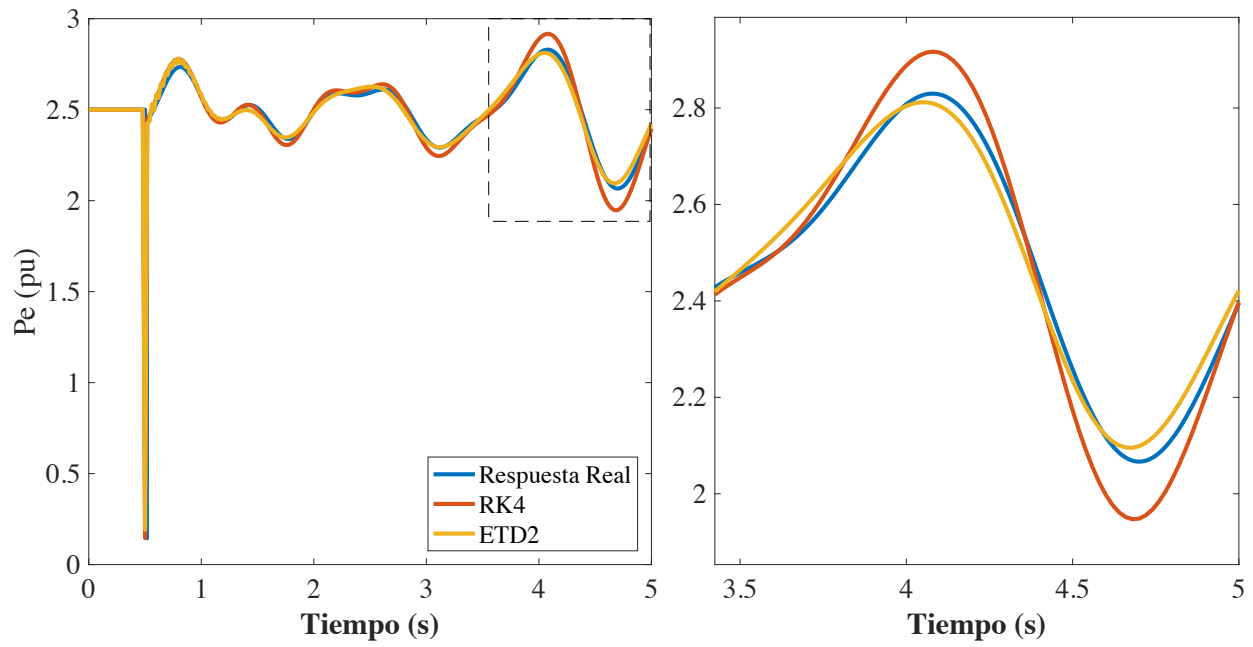


Figura 16 Respuesta en el tiempo de la variable P_{ek} obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G02 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 4-5.

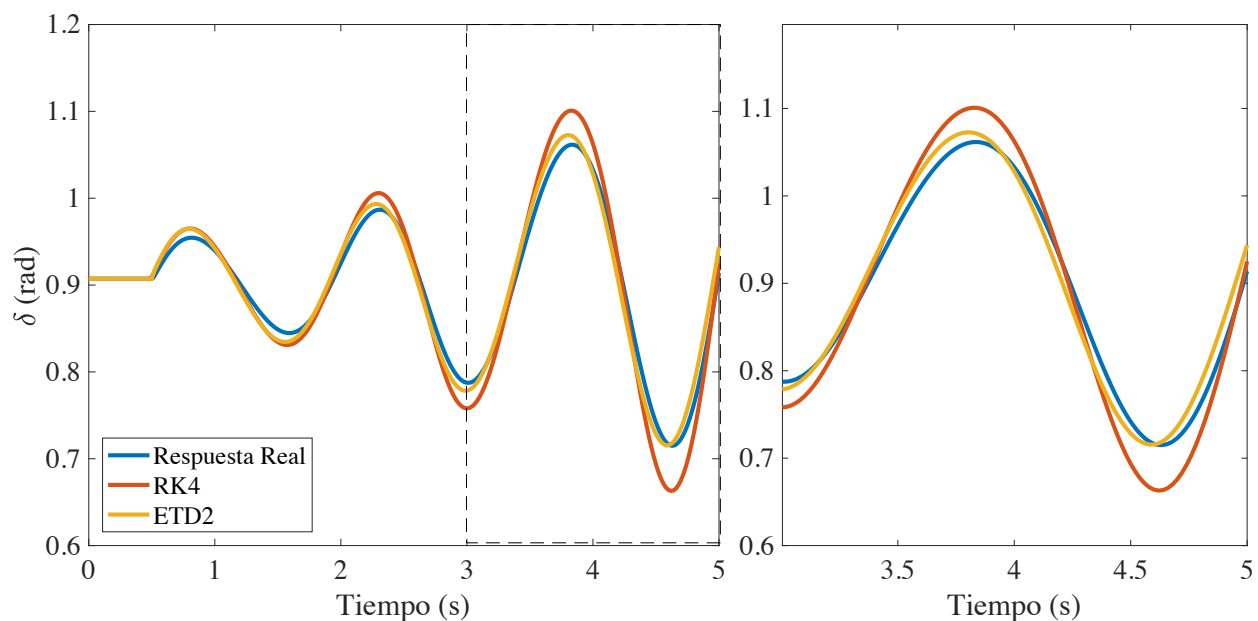


Figura 17 Respuesta en el tiempo de la variable δ_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G04 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 6-11.

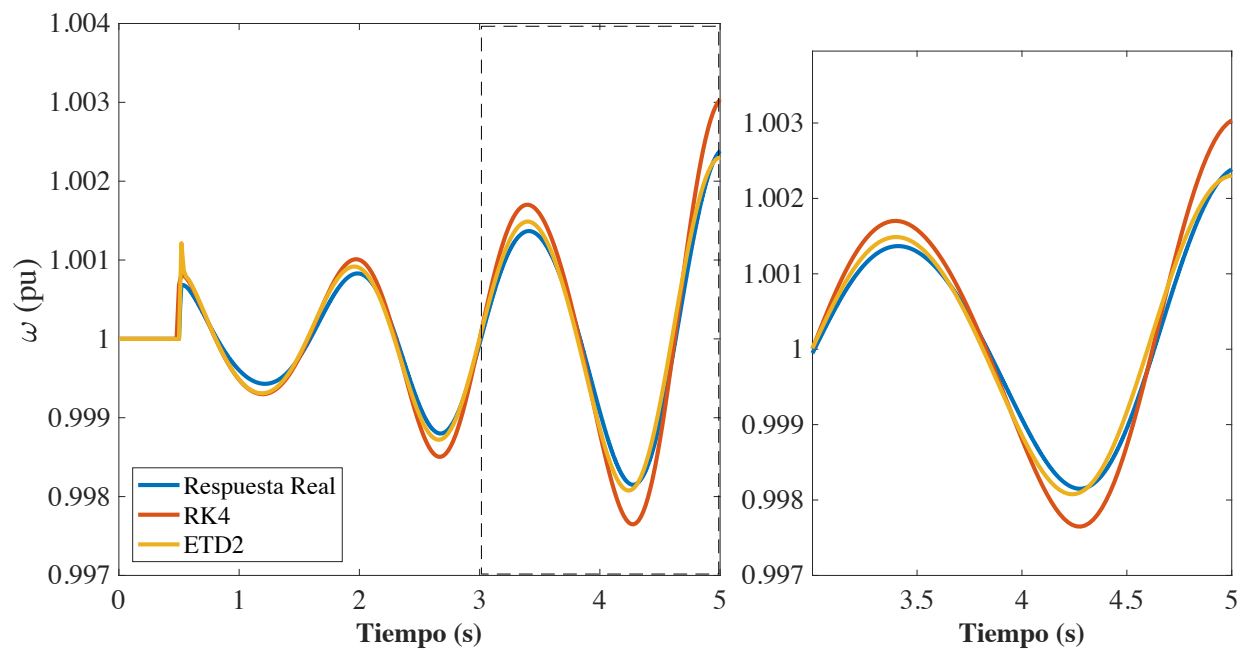


Figura 18 Respuesta en el tiempo de la variable ω_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G04 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 6-11.

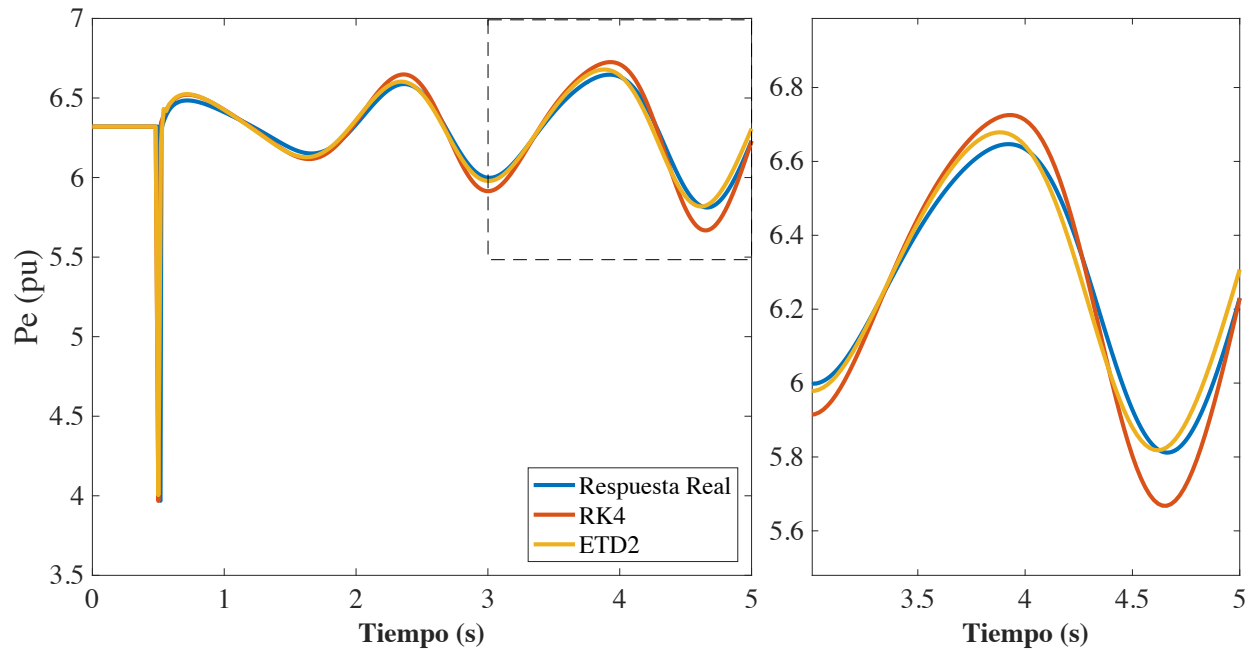


Figura 19 Respuesta en el tiempo de la variable P_{ek} obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G04 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 6-11.

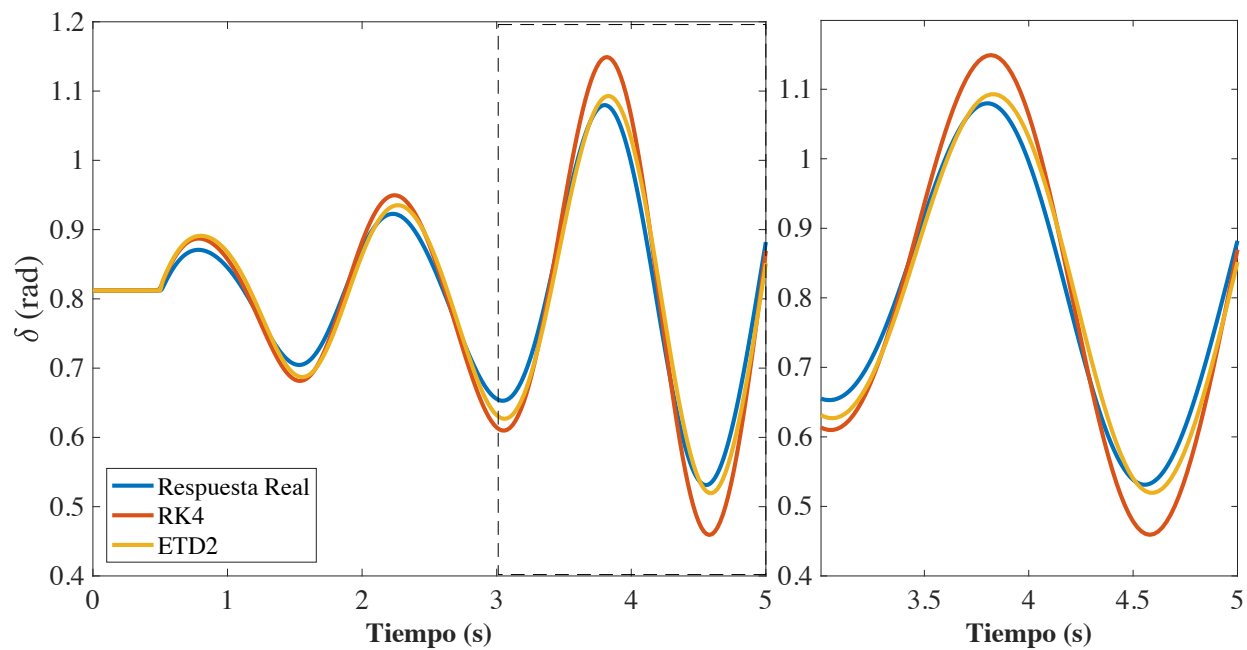


Figura 20 Respuesta en el tiempo de la variable δ_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G06 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 16-19.

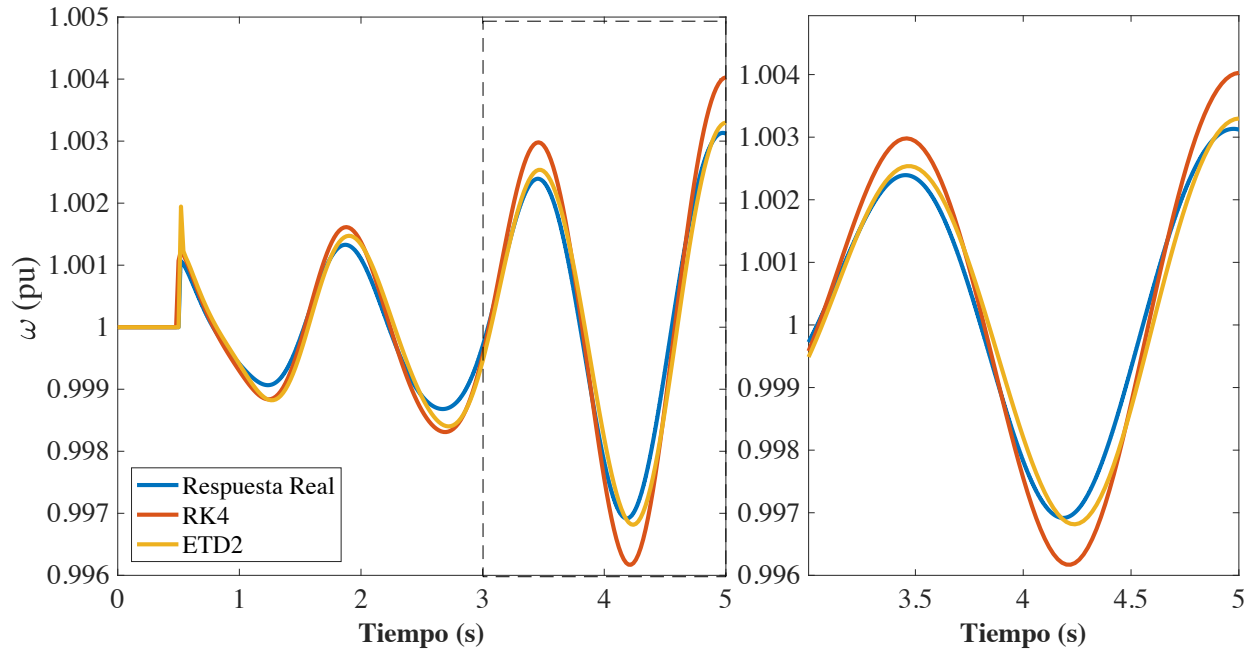


Figura 21 Respuesta en el tiempo de la variable ω_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G06 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 16-19.

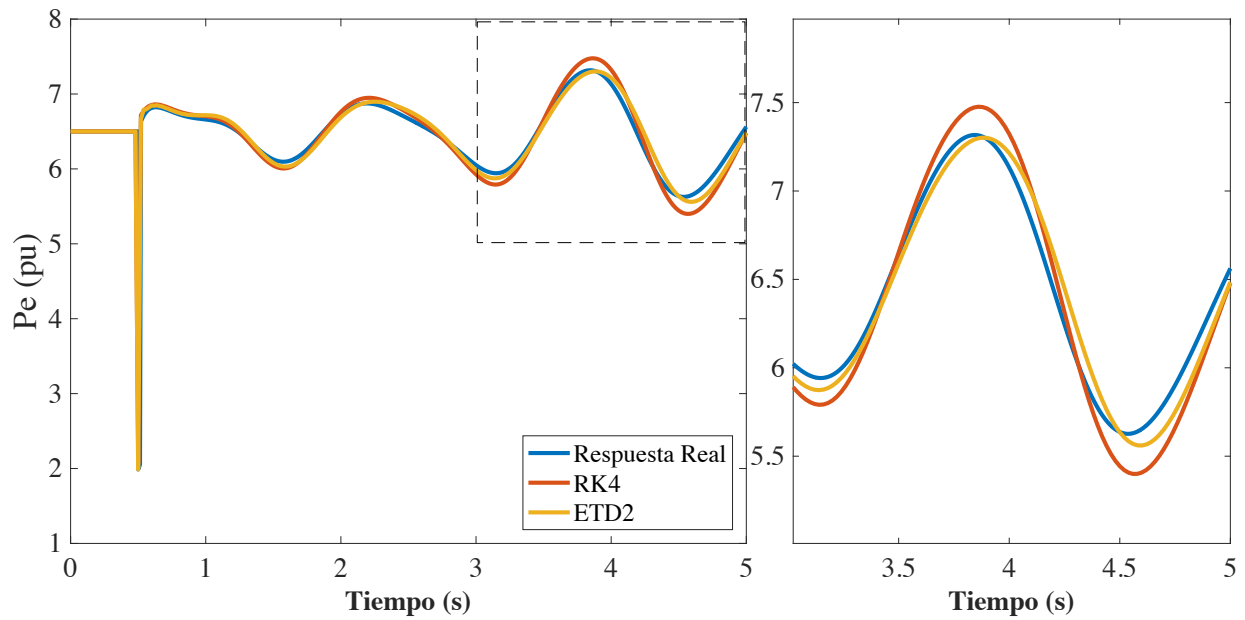


Figura 22 Respuesta en el tiempo de la variable P_{ek} obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G06 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 16-19.

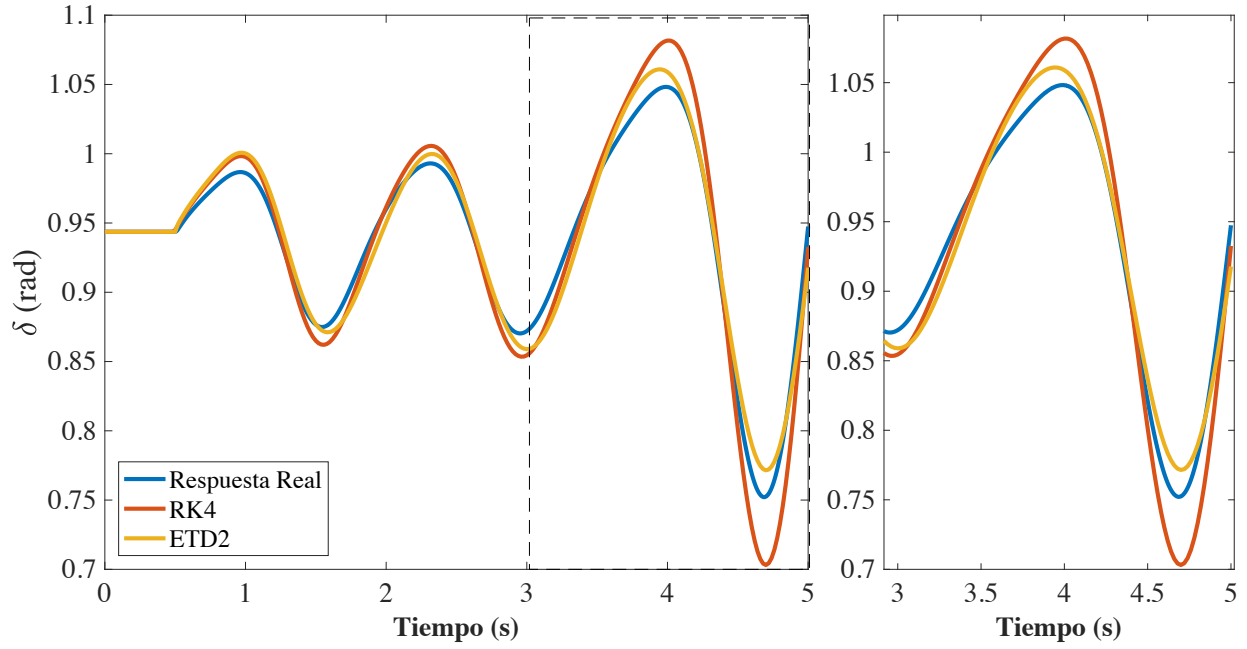


Figura 23 Respuesta en el tiempo de la variable δ_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G08 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 22-23.

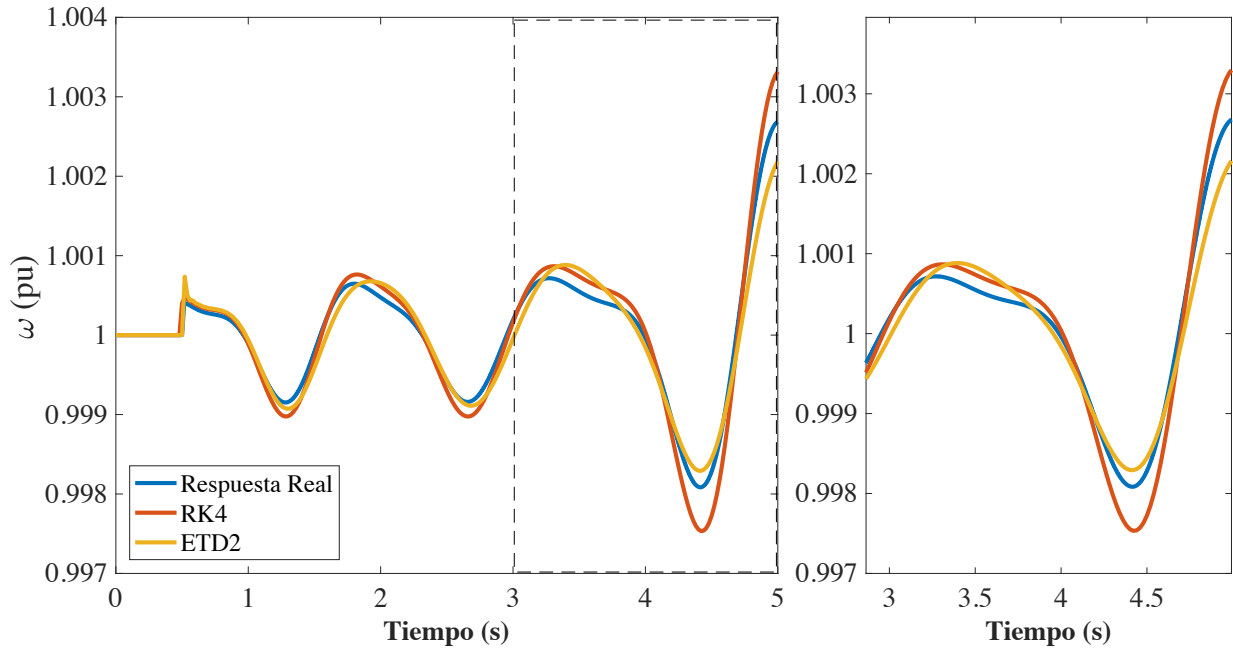


Figura 24 Respuesta en el tiempo de la variable ω_k obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G08 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 22-23.

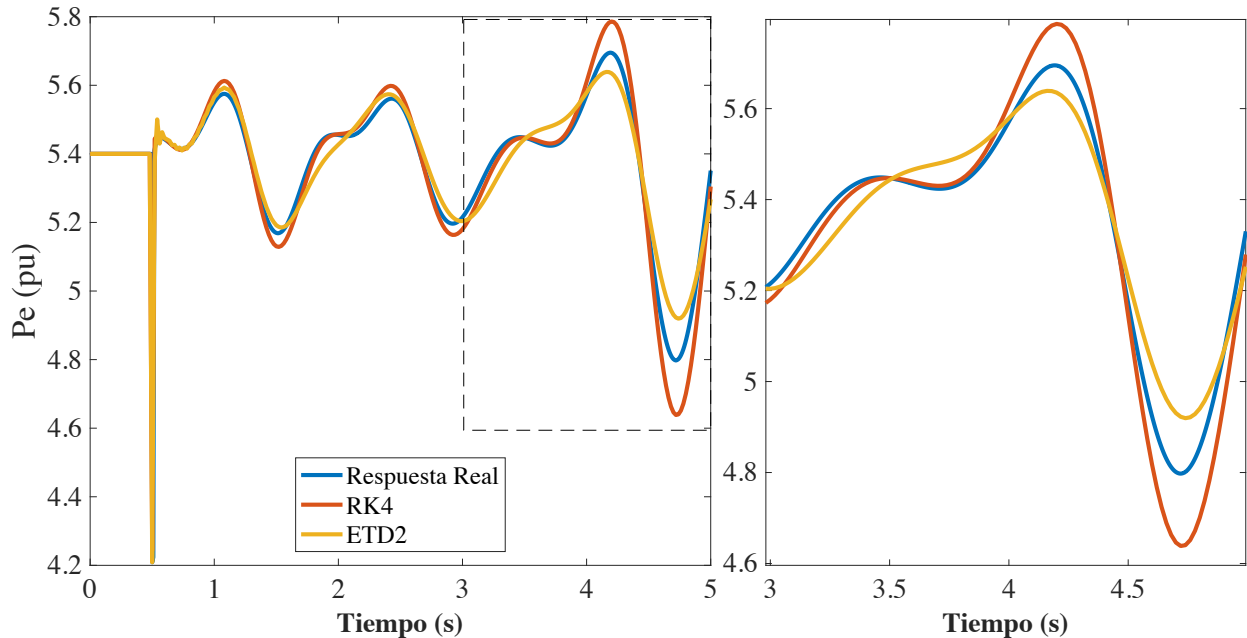


Figura 25 Respuesta en el tiempo de la variable P_{ek} obtenida con los esquemas RK4 y ETD2, para el generador G08 ante una falla en la línea encontrada entre los nodos 22-23.

Con lo mostrado desde la Fig. 14 hasta la Fig. 22, se observa que el comportamiento del método de integración numérica propuesto concuerda con los resultados encontrados al momento de ser utilizado para un estudio de estabilidad transitoria. Asimismo, al analizar las respuestas encontradas se puede observar como las variables de respuesta de las maquinas síncronas no tienden a volver a su estado estable o encontrar un nuevo punto de estabilidad después de ocurrida una falla, lo cual se atribuye a los modelos utilizados tanto como para la maquina síncrona como para los controladores asociados a ella.

Capítulo 5. Conclusiones

En esta investigación fue presentado un esquema de integración numérica basado en Diferenciación Exponencial en el Dominio del Tiempo para el análisis de estabilidad transitoria. El objetivo de utilizar los esquemas ETD es incrementar el tamaño del paso visando una reducción en el tiempo computacional sin afectar la calidad de la respuesta. Esto con el fin de realizar estudios de estabilidad transitoria y al ser implementado este método, poder resolver las ecuaciones diferenciales algebraicas que definen el comportamiento de las máquinas síncronas del sistema durante perturbaciones en el sistema, como fallas, apertura de líneas de transmisión o reconexión de líneas de transmisión.

Para realizar un análisis de estabilidad transitoria, inicialmente se realizó un análisis de flujo de carga para encontrar las variables que luego fueron utilizadas para encontrar la respuesta del sistema en el tiempo, asimismo se utilizaron dos métodos diferentes de integración numérica asociados a la familia de métodos de integración numérica basados en diferenciación exponencial en el tiempo para verificar el comportamiento de cada método ante diferentes ubicaciones de fallas, pasos de tiempo y duraciones de falla.

Los resultados obtenidos con la validación de los esquemas en el sistema IEEE39 nodos, muestran una reducción significativa del tiempo computacional en los esquemas ETD a medida que el paso de tiempo Δt es incrementado. Sin embargo, esta reducción no garantiza que el esfuerzo computacional de estos esquemas sea inferior al esfuerzo computacional de métodos clásicos utilizados en estabilidad como es el Runge-Kutta de orden 4 (RK-4).

No obstante, la principal ventaja observada de los esquemas ETD respecto al RK-4, es que la calidad de las estimaciones obtenidas de las variables en análisis es superior, y se observa una diferencia aún más notable, a medida que el paso del tiempo se incrementa. Así, considerando lo anteriormente expuesto, puede ser concluido que a pesar que el tiempo computacional no se reduzca significativamente con la

implementación de los esquemas ETD, la calidad de las estimaciones si es mejorada sustancialmente.

El método híbrido de integración numérica basado en ETD2 por su desempeño en las pruebas realizadas muestra ser de gran utilidad para estudios de estabilidad transitoria y puede ser considerado como una base para desarrollar software de simulación de nivel comercial, en el cual se pueda optimizar su funcionamiento para así incorporar los diferentes elementos que existen en un sistema de potencia y realizar un análisis mucho más completo de los mismos.

5.1 Trabajos Futuros

El uso del operador matriz exponencial durante la implementación de los métodos de diferenciación exponencial en el dominio del tiempo, puede llegar a ser estudiado. Esto con el fin de buscar estrategias que faciliten la implementación de los esquemas ETD.

Los controladores utilizados fueron basados en sus modelos más sencillos. Sin embargo, existen otros modelos que aportan mayor estabilidad a las máquinas síncronas, dado que utilizan variables adicionales con las cuales pueden regular el comportamiento de las mismas bajo condiciones de falla.

Las fallas manejadas en esta investigación no son las únicas fallas que se presentan en un sistema de potencia, por lo tanto, evaluar el comportamiento de los métodos al realizar un estudio de estabilidad transitoria haciendo uso de estas faltas podría dar mejor visión para futuras aplicaciones.

La familia de métodos de diferenciación exponencial en el dominio del tiempo tiene órdenes superiores del método los cuales pueden ser evaluados para determinar su funcionamiento al ser empleados en estudios de estabilidad transitoria.

Anexos

Anexo A: Datos del Sistema de Potencia IEEE39

En este apéndice se encuentran los datos del sistema de potencia IEEE39.

Datos De Flujo De Carga

Se encuentran cuatro tablas que dividen los datos utilizados para el flujo de carga y los valores encontrados por el estudio del flujo de carga, estas tablas son:

- Datos de los barrajes.
- Datos de las cargas.
- Datos de generación.
- Datos de las líneas de transmisión y los transformadores.

Datos De Los Barrajes

La tabla 13. muestra los datos de los barrajes del sistema. Y se usa la siguiente nomenclatura para mostrar los datos:

- Número: Número del nodo (1 a 39)
- Tipo: Código para el tipo del nodo:
 - (0) Nodo de carga, PQ.
 - (2) Nodo de generación, PV.
 - (3) Nodo de referencia, Slack.
- Voltaje: Voltaje del nodo, en por unidad.
- Ángulo: Ángulo del nodo, en grados.

Tabla 13 Datos de los barrajes del sistema de potencia IEEE39

Número	Tipo	Voltaje [pu]	Ángulo [°]
1	0	1.0279	-13.8921
2	0	1.0191	-9.8699
3	0	0.9919	-12.4789
4	0	0.9557	-12.8088
5	0	0.9548	-11.1937
6	0	0.9559	-10.3136
7	0	0.9488	-12.9299
8	0	0.9499	-13.5792
9	0	1.0187	-14.5574
10	0	0.9627	-7.8145
11	0	0.9591	-8.672
12	0	0.9396	-8.746
13	0	0.9609	-8.6738
14	0	0.9615	-10.6878
15	0	0.9698	-11.4306
16	0	0.989	-10.0181
17	0	0.9931	-11.2111
18	0	0.9912	-12.1578
19	0	0.9901	-4.8144
20	0	0.9869	-6.2213
21	0	0.9957	-7.4486
22	0	1.0218	-2.7447
23	0	1.0206	-2.9716
24	0	0.9972	-9.8935
25	0	1.0283	-8.3605
26	0	1.0181	-9.4597
27	0	1.0004	-11.4998

28	0	1.0193	-5.7379
29	0	1.0207	-2.8219
30	2	1.0499	-7.4459
31	3	0.982	0
32	2	0.9841	0.0725
33	2	0.9972	0.3815
34	2	1.0123	-1.0424
35	2	1.0494	2.228
36	2	1.0636	5.0427
37	2	1.0275	-1.5558
38	2	1.0265	4.2561
39	2	1.03	-14.9464

Datos De Las Cargas

La tabla 14. muestra los datos de las cargas del sistema. Y se usa la siguiente nomenclatura para mostrar los datos:

- Número: Número del nodo donde se encuentra la carga.
- P: Potencia activa de la carga, en MW.
- Q: Potencia reactiva de la carga, en MVAR.

Tabla 14 Datos de las cargas del sistema de potencia IEEE39

Número	P [MW]	Q [MVAR]
1	97.6	44.20
3	322.0	2.40
4	500.0	184.00
7	233.8	84.00
8	522.0	176.60
9	6.5	-66.60

12	8.5	88.00
15	320.0	153.00
16	329.0	32.30
18	158.0	30.00
20	680.0	103.00
21	274.0	115.00
23	247.5	84.60
24	308.6	-92.20
25	224.0	47.20
26	139.0	17.00
27	281.0	75.50
28	206.0	27.60
29	283.5	26.90
31	9.2	4.60
39	1104.0	250.00

Datos De Generación

La tabla 15. muestra los datos de la generación del sistema. Y se usa la siguiente nomenclatura para mostrar los datos:

- Número: Número del nodo donde se está generando.
- P: Potencia activa de generada, en MW.
- Q: Potencia reactiva de generada, en MVAR.

Tabla 15 Datos de generación del sistema de potencia IEEE39

Número	P [MW]	Q [MVAR]
30	250.00	184.21
31	681.45	167.70
32	650.02	150.02

33	632.00	47.42
34	508.00	140.06
35	650.00	230.41
36	560.00	196.98
37	540.00	14.36
38	830.00	46.59
39	1000.00	206.81

Datos De Líneas De Transmisión Y Transformadores

La tabla 16. muestra los datos de las líneas de transmisión y los transformadores del sistema. Y se usa la siguiente nomenclatura para mostrar los datos:

- Número: Número de la conexión entre dos nodos (1 a 46).
- De Nodo: Número del nodo de donde se origina la conexión.
- A Nodo: Número del nodo donde se conecta la conexión iniciada.
- Resistencia: Resistencia de la conexión sea transformador o línea de transmisión, en por unidad.
- Reactancia: Reactancia de la conexión sea transformador o línea de transmisión, en por unidad.
- Cargabilidad: Cargabilidad de la conexión, usualmente cero para transformadores.
- Tap: Ajuste de Tap de los transformadores.

Tabla 16 Datos de las líneas de transmisión y transformadores del sistema de potencia IEEE39

Número	De Nodo	A Nodo	Resistencia [pu]	Reactancia [pu]	Cargabilidad [pu]	Tap
1	1	2	0.0035	0.0411	0.6987	0.0
2	1	39	0.0010	0.0250	0.7500	0.0
3	2	3	0.0013	0.0151	0.2572	0.0
4	2	25	0.0070	0.0086	0.1460	0.0

5	2	30	0.0000	0.0181	0.0000	0.0
6	3	4	0.0013	0.0213	0.2214	0.0
7	3	18	0.0011	0.0133	0.2138	0.0
8	4	5	0.0008	0.0128	0.1342	0.0
9	4	14	0.0008	0.0129	0.1382	0.0
10	5	6	0.0002	0.0026	0.0434	0.0
11	5	8	0.0008	0.0112	0.1476	0.0
12	6	7	0.0006	0.0092	0.1130	0.0
13	6	11	0.0007	0.0082	0.1389	0.0
14	6	31	0.0000	0.0250	0.0000	0.0
15	7	8	0.0004	0.0046	0.0780	0.0
16	8	9	0.0023	0.0363	0.3804	0.0
17	9	39	0.0010	0.0250	1.2000	0.0
18	10	11	0.0004	0.0043	0.0729	0.0
19	10	13	0.0004	0.0043	0.0729	0.0
20	10	32	0.0000	0.0200	0.0000	0.0
21	12	11	0.0016	0.0435	0.0000	0.0
22	12	13	0.0016	0.0435	0.0000	0.0
23	13	14	0.0009	0.0101	0.1723	0.0
24	14	15	0.0018	0.0217	0.3660	0.0
25	15	16	0.0009	0.0094	0.1710	0.0
26	16	17	0.0007	0.0089	0.1342	0.0
27	16	19	0.0016	0.0195	0.3040	0.0
28	16	21	0.0008	0.0135	0.2548	0.0
29	16	24	0.0003	0.0059	0.0680	0.0
30	17	18	0.0007	0.0082	0.1319	0.0
31	17	27	0.0013	0.0173	0.3216	0.0
32	19	20	0.0007	0.0138	0.0000	0.0
33	19	33	0.0007	0.0142	0.0000	0.0
34	20	34	0.0009	0.0180	0.0000	0.0

35	21	22	0.0008	0.0140	0.2565	0.0
36	22	23	0.0006	0.0096	0.1846	0.0
37	22	35	0.0000	0.0143	0.0000	0.0
38	23	24	0.0022	0.0350	0.3610	0.0
39	23	36	0.0005	0.0272	0.0000	0.0
40	25	26	0.0032	0.0323	0.5310	0.0
41	25	37	0.0006	0.0232	0.0000	0.0
42	26	27	0.0014	0.0147	0.2396	0.0
43	26	28	0.0043	0.0474	0.7802	0.0
44	26	29	0.0057	0.0625	1.0290	0.0
45	28	29	0.0014	0.0151	0.2490	0.0
46	29	38	0.0008	0.0156	0.0000	0.0

Datos Dinámicos Del Sistema

Similarmente los datos dinámicos del sistema se pueden clasificar como:

- Datos dinámicos de los generadores.
- Datos de los gobernadores.
- Datos de los reguladores automáticos de voltaje.

Datos Dinámicos De Los Generadores

La tabla 17. muestra los datos dinámicos de los generadores del sistema. Y se usa la siguiente nomenclatura para mostrar los datos:

- Número: Número del generador (1 a 10).
- H : Constante de inercia de cada generador, en por unidad.
- X'_d : Reactancia transitoria del eje directo de cada generador, en por unidad.

- X'_q : Reactancia transitoria del eje de cuadratura de cada generador, en por unidad.
- X_d : Reactancia síncrona del eje directo de cada generador, en por unidad.
- X_q : Reactancia síncrona del eje de cuadratura de cada generador, en por unidad.
- T_{d0} : Constante de tiempo transitoria del eje directo del devanado de campo, en segundos.
- T_{q0} : Constante de tiempo transitoria del eje de cuadratura del devanado de campo, en segundos.
- K_D : Coeficiente de fricción de cada generador.

Tabla 17 Datos dinámicos de los generadores del sistema de potencia IEEE39

Número	H	X'_d	X'_q	X_d	X_q	T_{d0}	T_{q0}	K_D
1	42.0	0.0310	0.0080	0.1000	0.0690	10.20	1.50	1.0
2	30.3	0.0697	0.1700	0.2950	0.2820	6.56	1.50	1.0
3	35.8	0.0531	0.0876	0.2495	0.2370	5.70	1.50	1.0
4	28.6	0.0436	0.1660	0.2620	0.2580	5.69	1.50	1.0
5	26.0	0.1320	0.1660	0.6700	0.6200	5.40	0.44	1.0
6	34.8	0.0500	0.0814	0.2540	0.2410	7.30	0.40	1.0
7	26.4	0.0490	0.1860	0.2950	0.2920	5.66	1.50	1.0
8	24.3	0.0570	0.0911	0.2900	0.2800	6.70	0.41	1.0
9	34.5	0.0570	0.0587	0.2106	0.2050	4.79	1.96	1.0
10	500.0	0.0060	0.0080	0.0200	0.0190	7.00	0.70	1.0

Datos De Los Gobernadores

La tabla 18. muestra los datos dinámicos de los gobernadores de las maquinas del sistema. Y se usa la siguiente nomenclatura para mostrar los datos:

- Número: Número del generador (1 a 10).

- T_g : Constante de tiempo del gobernador, en por unidad.
- R : Ajuste de rampa de la turbina, en %.

Tabla 18 Datos de los gobernadores de las máquinas del sistema de potencia IEEE39

Número	T_g	R
1	1.8200	3.5452
2	6.6667	3.8554
3	5.0000	3.1617
4	5.0000	3.1617
5	20.0000	2.3186
6	5.0000	3.1617
7	2.0000	3.0317
8	2.0000	3.0317
9	10.0000	3.5031
10	25.0000	3.3906

Datos De Los Reguladores Automáticos de Voltaje

La tabla 19. muestra los datos dinámicos de los reguladores automáticos de voltaje que controlan los campos de las máquinas del sistema. Y se usa la siguiente nomenclatura para mostrar los datos:

- Número: Número del generador (1 a 10).
- T_E : Constante de tiempo del AVR, en por unidad.
- K : Ganancia asociada a las diferencias en la tensión en los terminales con su referencia.

Tabla 19 Datos de los reguladores automáticos de voltaje del sistema de potencia IEEE39

Número	T_E	K
1	0.0166	19.5768
2	0.0300	40.0000
3	0.0487	15.5969
4	0.0500	40.0000
5	0.0300	20.0000
6	0.0500	40.0000
7	0.0200	25.0000
8	0.0200	25.0000
9	0.0100	30.0000
10	0.0500	8.50000

Bibliografía

- [1] P. Henrici, "Discrete Variable Methods in Ordinary Differential Equations," Wiley, New York, 1962.
- [2] Dahlquist, G. G., "A special stability problem for linear multistep methods," *BIT Numerical Mathematics*, 3(1), 27–43, 1963.
- [3] Dharma Rao, N., "Routh-Hurwitz conditions and Lyapunov methods for the transient-stability problem," *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, vol.116, no.4, pp.539,547, April 1969.
- [4] Stanton, K.N.; Talukdar, Sarosh N., "New Integration Algorithms for Transient Stability Studies," *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, vol. PAS-89, no.5, pp.985, 991, May 1970.
- [5] C. Young, "Equipment and system modeling for large-scale stability studies," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-91, no. 1, pp. 99–109, Jan./Feb. 1972.
- [6] Dommel, H.W.; Sato, N., "Fast Transient Stability Solutions," *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, vol. PAS-91, no.4, pp.1643, 1650, July 1972.
- [7] Gross, G.; Bergen, A.R., "An efficient algorithm for simulation on transients in large power systems," *Circuits and Systems, IEEE Transactions on*, vol.23, no.12, pp.791, 799, Dec 1976.
- [8] T. Athay, R. Podmore and S. Virmani, "A Practical Method for the Direct Analysis of Transient Stability," in *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-98, no. 2, pp. 573-584, March 1979.
- [9] B. Stott, "Power system dynamic response calculations," *Proc. IEEE*, vol. 67, no. 2, pp. 219–241, Feb. 1979.
- [10] G. S. Stiles, Denq, and D. Lih, "On the Effect of Noise on the Moore- Penrose Generalized Inverse Associative Memory," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, pp. 358 – 360 , May. 1985.
- [11] Sreerama, K.R.; Ramanujam, R.; Khincha, H.P.; Jenkins, L., "Fast transient stability simulation of large scale power systems," *TENCON '92. "Technology Enabling Tomorrow: Computers, Communications and Automation towards the 21st Century."* 1992 IEEE Region 10 International Conference. , vol, no., pp.386, 391 vol.1, 11-13 Nov 1992.
- [12] P. Kundur, "Power System Stability and Control", McGraw-Hill Inc., 1994.
- [13] J. Grainger, W. Stevenson. "Power System Analysis", McGraw-Hill Inc., 1994.

- [14] IEEE Task Force Load Representation for Dynamic Performance, "Standard load models for power flow and dynamic performance simulation," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, no. 3, pp. 1302-1313, Aug 1995.
- [15] Peter W. Sauer, M. A. Pai *Power System Dynamics and Stability*, Prentice Hall, 1997.
- [16] H.L. Nguyen, "Newton-Raphson method in complex form," *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 12, no. 3, pp. 1355-1359, August 1997.
- [17] G. Beylkin, J. M. Keiser, and L. Vozovoi, A new class of time discretization schemes for the solution of nonlinear PDEs, *J. Comput. Phys.* **147**, 362 (1998).
- [18] S. M. Cox and P. C. Matthews, "Exponential Time Differencing for Stiff Systems," *Journal of Computational Physics*, vol. 176, pp. 430-455, 3/1, 2002.
- [19] Zongyi Wang; Zhizhong Guo, "A Fast Method for Transient Stability Assessment Based on Taylor Series Expansion," Transmission and Distribution Conference and Exhibition: Asia and Pacific, 2005 IEEE/PES, vol., no., pp.1, 5, 2005.
- [20] Huang, G.M.; Kun Men; Song, X., "A New Remodeling Technique for Power System Dynamic Analysis," Transmission and Distribution Conference and Exhibition: Asia and Pacific, 2005 IEEE/PES, vol., no., pp.1, 6, 2005.
- [21] Higham, N. J., "The Scaling and Squaring Method for the Matrix Exponential Revisited," *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 26(4), pp. 1179–1193, 2005.
- [22] Xianrong Chang; Yubin Wang; Lifeng Hu, "Power System Transient Stability Simulation Using the Precise Time-Integration Method," Power System Technology, 2006. PowerCon 2006. International Conference on, vol., no., pp.1,4, 22-26 Oct. 2006.
- [23] R. LeVeque, "*Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations.*" Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007.
- [24] Song Liu; Shaobin Liu, "Runge-Kutta exponential time differencing FDTD method for anisotropic magnetized plasma," *Antennas and Wireless Propagation Letters, IEEE* , vol.7, no., pp.306,309, 2008.
- [25] Cai, H.R.; Chung, C.Y.; Wong, K.P., "Application of Differential Evolution Algorithm for Transient Stability Constrained Optimal Power Flow," *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol.23, no.2, pp.719,728, May 2008.
- [26] Stefopoulos, G.K.; Cokkinides, G.J.; Meliopoulos, A.P., "Quadratic integration method for transient simulation and harmonic analysis," *Harmonics and Quality of Power, 2008. ICHQP 2008. 13th International Conference on*, vol., no., pp.1,6, Sept. 28 2008-Oct. 1 2008.

- [27] Priyadi, A.; Yorino, N.; Eghbal, M.; Zoka, Y.; Sasaki, Y.; Yasuda, H.; Kakui, H., "Transient stability assessment as boundary value problem," Electric Power Conference, 2008. EPEC 2008. IEEE Canada , vol., no., pp.1,6, 6-7 Oct. 2008.
- [28] Quanyuan Jiang; Zhiguang Huang, "An Enhanced Numerical Discretization Method for Transient Stability Constrained Optimal Power Flow," Power Systems, IEEE Transactions on, vol.25, no.4, pp.1790,1797, Nov. 2010.
- [29] Shih-Hung Weng; Peng Du; Chung-Kuan Cheng, "A fast and stable explicit integration method by matrix exponential operator for large scale circuit simulation," Circuits and Systems (ISCAS), 2011 IEEE International Symposium on, vol., no., pp.1467, 1470, 15-18 May 2011.
- [30] Keyou Wang; Crow, M.L., "Numerical simulation of Stochastic Differential Algebraic Equations for power system transient stability with random loads," Power and Energy Society General Meeting, 2011 IEEE , vol., no., pp.1,8, 24-29 July 2011.
- [31] Xinli, S.; Yong, T.; Wuzhi, Z.; Wenzhuo, L.; Guoyang, W.; Tao, L., "New mixed integral algorithm for unified dynamic power system simulations of transient, medium-term and long-term stabilities," IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition, 2011, pp. 1-7.
- [32] Shih-Hung Weng; Quan Chen; Chung-Kuan Cheng, "Time-Domain Analysis of Large-Scale Circuits by Matrix Exponential Method With Adaptive Control," Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, IEEE Transactions on, vol.31, no.8, pp.1180, 1193, Aug. 2012.
- [33] Xiong You; Xiaodong Zhou; Musa, I.; Lei Shi, "A Novel Family of Exponential Integrators Solving the Two-Gene Regulatory System," Information and Computing Science (ICIC), 2012 Fifth International Conference on, vol., no., pp.107, 110, 24-25 July 2012.
- [34] Peng Li; Chengdi Ding; Fei Gao; Hao Yu; Xiaolong Guo; Yilin Zhou; Chengshan Wang, "The parallel algorithm of transient simulation for distributed generation powered micro-grid," IEEE Innovative Smart Grid Technologies -Asia (ISGT Asia), 2012, pp. 1-6.
- [35] Benseddik, A.; Hasni, M.; Menaa, M.; Boussahoua, B.; Gueddouche, R.; Boudour, M., "Application of multi-agents system in multi-machine power system transient stability and control," 3rd International Conference on Systems and Control, 2013, pp. 1043-1048.
- [36] MATLAB Release 2012b, The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.
- [37] Nagel, I.; Fabre, L.; Pastre, M.; Krummenacher, F. ç. o.; Cherkaoui, R.; Kayal, M., "High-Speed Power System Transient Stability Simulation Using Highly Dedicated Hardware," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 4, pp. 4218-4227, Nov. 2013.

- [38] M. Y. Borodulin, "Effect of numerical integration on critical time evaluation in power system stability studies,," in *IEEE Power and Energy Society General Meeting*, 2013, pp. 1–5.
- [39] Chengshan Wang; Xiaopeng Fu; Peng Li; Hao Yu; Chengdi Ding; Guanyu Song; Feijin Peng, "Matrix exponential based electromagnetic transients simulation algorithm with Krylov subspace approximation and accurate dense output," *PES General Meeting | Conference & Exposition*, 2014 IEEE, vol., no., pp.1, 5, 27-31 July 2014.
- [40] Peng Li; Xiaopeng Fu; Chengshan Wang; Hao Yu; Chengdi Ding; Guanyu Song; Jinli Zhao; Dun Lin; Feng Xing, "Adaptive DAE solving algorithm for power system transient simulation via matrix exponential operator," *Power and Energy Engineering Conference (APPEEC)*, 2014 IEEE PES Asia-Pacific, vol., no., pp.1, 5, 7-10 Dec. 2014.
- [41] Sekine, T; Tsuji, T; Oyama, T; Magoulès, F; Uchida, K., "Speedup of parallel computing by parareal method in transient stability analysis of Japanese power system," *IEEE Innovative Smart Grid Technologies - Asia (ISGT-Asia)*, pp. 1177-1182, 2016.
- [42] Han, D; El-Guindy, A; Althoff, M., "Power systems transient stability analysis via optimal rational Lyapunov functions," *IEEE Power and Energy Society General Meeting (PESGM)*, 2016, pp. 1-5.
- [43] El-Guindy, A.; Chen, Y. C.; Althoff, M., "Compositional transient stability analysis of power systems via the computation of reachable sets," *American Control Conference (ACC)*, 2017, pp. 2536-2543.
- [44] Duan, N.; Sun, K., "Power System Simulation Using the Multistage Adomian Decomposition Method," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, no. 1, pp. 430-441, Jan. 2017.
- [45] ENTSO-E, "Documentation on Controller Tests in Test Grid Configurations," ENTSO-E SG SP&D Report, Brussels, 2013.